

درجہ متوسطہ گائیڈ

تنظیم المدارس (اول سنت)، پاکستان کے جدید نصاب کے تین طالب

اُردو

معاشرتی علوم

جنرل سائنس

جنرل ریاضی

انگلش

8

123



نظر ثانی
علامہ عبدالغفار سیالوی
فائز امیر شریف

پروفیسر حافظ تصور صفیر ایف ایف
پروفیسر محمد اعجاز النبی

مترجم:
علامہ مفتی محمد فیاض چشتی

اردو بازار لاہور

ریاضی

درجہ متوسط

تناسب

(Proportion)

اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے:-

مركب تناسب کا تصور

روزمرہ زندگی سے متعلقہ مركب تناسب پر عبارتی سوالات

دو نسبتوں کی برابری کو تناسب کہتے ہیں۔

اگر چار مقداریں a, b, c, d تناسب میں ہوں تو ان کو یوں لکھتے ہیں۔

$$a:b :: c:d$$

یہ دراصل دو نسبتوں $a:b$ اور $c:d$ کا باہمی تعلق ہوتا ہے۔

تناسب کی مندرجہ ذیل دو قسمیں ہیں۔

(i) تناسب راست (ii) تناسب معکوس

4.1 تناسب راست (Direct proportion)

اگر دی ہوئی دو نسبتیں اس طرح ہوں کہ ایک تناسب کی مقدار کے بڑھنے سے یا کم ہونے سے

دوسری نسبت کی مقدار بھی اسی نسبت سے بڑھے یا کم ہو تو ان نسبتوں کے درمیان قائم ہونے

والے تناسب کو تناسب راست کہتے ہیں۔ اس تناسب میں۔

$$a:d :: c:b$$

اگر

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

ہو تو

مثال: ایک درجن انڈوں کی قیمت 28 روپے ہو تو 21 روپے میں کتنے انڈے ملیں گے

رقم بڑھ رہی ہے۔
اور انڈوں کی مقدار بھی بڑھ رہی ہے
تناسب راست

x = فرض کیا انڈوں کی تعداد

قیمت: قیمت: انڈے: انڈے

$$12 : x : : 28 : 21$$

$$\frac{12}{x} = \frac{28}{21}$$

$$x \times 28 = 12 \times 21$$

$$x = \frac{12 \times 21}{28}$$

انڈے = 9

4.2 تناسب معکس (Inverse Proportion)

دو نسبتوں کا ایسا تعلق جس میں ایک نسبت کی مقدار بڑھنے سے دوسری نسبت کی مقدار اسی تناسب سے کم ہو رہی ہو تو ایسی نسبتوں کے درمیان قائم ہونے والے تناسب کو تناسب معکس کہتے ہیں۔

یعنی چار مقدار میں اگر تناسب معکس ہوں تو

$$\frac{a}{b} = \frac{d}{c}$$

تناسب معکس کی وضاحت درج مثالوں سے کی جاتے ہیں۔

مثال:-

ایک گھر میں 10 آدمیوں کے لئے 21 دن کی خوراک موجود ہے اگر 3 آدمی چلے جائیں تو وہ خوراک کتنے دنوں کے لئے کافی ہوگی۔

حل: 10 آدمیوں میں سے 3 آدمی چلے گئے تو باقی آدمیوں کی تعداد 7 = 10 - 3 ہوگی۔

آدمی کی تعداد کم ہوگی تو
راش زیادہ دنوں کے لئے کافی ہوگا
← تناسب معکس

فرض کیا دنوں کی مطلوبہ تعداد x ہے۔

آدی	دن
10 7	21 x

$$\frac{x}{21} = \frac{10}{7}$$

$$x = \frac{10 \times 21}{7} = 30 \text{ دن}$$

پس راشن 30 دنوں کے لئے کافی ہوگا۔

4.3 تناسب مرکب (Compound Proportion)

دو یا دو سے زیادہ تناسبوں کے باہمی تعلق کو تناسب مرکب کہتے ہیں۔ تناسب مرکب سے متعلق سوالات حل کرنے کی وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں کی مدد کی جاتی ہے۔

مثال: 1

اگر 35 مزدور 5 گھنٹے میں 8.5 مکعب سینٹی میٹر زمین کھود لیتے ہیں تو بتائیں کہ 30

مزدور 6 گھنٹے میں کتنے مکعب سینٹی میٹر زمین کھود لیں گے؟

← تناسب راست	{	مزدوروں کی تعداد کم ہوگی۔
← تناسب راست		زمین کی کھدائی بھی کم ہوگی کام کا وقت زیادہ ہوگا کام کی مقدار بھی زیادہ ہوگی

فرض کیا زمین کی کھدائی $x \text{ cm}^3$ ہو تو

مزدور	گھنٹے	cm^3
35 ↑ 30 ↑	5 ↑ 6 ↑	805 ↑ x ↑

$$\frac{x}{805} = \frac{6}{5} \times \frac{30}{35}$$

$$x = \frac{6}{5} \times \frac{30}{35} \times 805$$

$$x = 6 \times 6 \times 23 = 628 \text{ cm}^3$$

مثال 2:-

8000 روپے 4 افراد ایک کنبے کے لئے 40 دن کے لئے کافی ہیں۔ اسی حساب سے 15000 روپے میں کتنے دن تک 5 افراد گزارہ ہو سکے گا؟

حل:

← تناسب راست	{	روپوں کی تعداد بڑھ رہی ہے۔
← تناسب راست		دنوں کی تعداد بھی بڑھ رہی ہے۔
	{	افراد کی تعداد بڑھ رہی ہے۔
		دنوں کی تعداد کم ہو رہی ہے۔

x = فرض کیا دنوں کی تعداد

دن	افراد	روپے
40 x ↑	4 5 ↓	8000 15000 ↑

$$\frac{40}{x} = \frac{4}{5} \times \frac{15000}{8000}$$

$$\frac{40 \times 4 \times 15000}{5 \times 5000}$$

$$x = 60 \text{ دن}$$

مشق 4

1:- 12 کوئٹل سامان کا کرایہ 18 کلومیٹر سفر کے لئے 20 روپے ہو تو 80 کوئٹل سامان کا کرایہ 20 کلومیٹر سفر کے لئے کتنا ہوگا؟

2:- 12 میٹر لمبی دیوار 14 معمار 12 دن میں بنا سکتے ہیں۔ 120 میٹر لمبی دیوار کو 7 دن میں کتنے معمار مکمل کریں گے؟

3:- 1440 آدمیوں کے پاس 32 دن کی خوراک موجود تھی۔ کتنے آدمی چلے جائیں کہ وہی خوراک 40 دن کے لئے کافی ہو۔ جب کہ راشن فی کس $1\frac{1}{2}$ گنا کر دیا جائے گا؟ اشارہ: راشن کی نسبت ہمیں پہلا رکن 1 اور دوسرا رکن $\frac{3}{2}$ ہے۔

4:- 15 مشینیں 6 دن چلنے سے 360 سوئیر تیار کرتی ہیں۔ 3 مشینیں خراب ہو جائیں تو باقی مشینیں 10 دن میں چلا کر کتنے سوئیر بنے جاسکتے ہیں؟

5:- 30 آدمی 6 گھنٹے روزانہ کام کر کے ایک سرکٹ 56 دن میں مرمت کرتے ہیں۔

بتائیں 45 آدمی 7 گھنٹے روزانہ کام کرتے اتنی ہی لمبی سرکٹ کتنے دنوں میں مرمت کریں گے؟

6:- اگر 60 عورتیں 8 گھنٹے روزانہ کام کر کے 48 کلوگرام کپاس چن لیتی ہوں تو 30

عورتیں 12 گھنٹے روزانہ کام کر کے کتنی کپاس چن لیں گی؟

7:- اگر 8 میٹر لمبے اور 3 میٹر چوڑے قالین کی قیمت 1572 روپے ہو تو 12 میٹر لمبے اور

6 میٹر چوڑے قالین کی قیمت کیا ہوگی؟

8:- اگر 15 کاریگر 9 دنوں میں 250، 20 روپے کمائیں تو 10 کاریگر 12 دنوں

میں کتنے روپے کمائیں گے؟

9:- 70 آدمی 150 میٹر لمبی دیوار 12 دنوں میں بنالیتے ہیں۔ اسی حساب سے

600 میٹر لمبی دیوار 30 دن میں کتنے آدمی بنالیں گے؟

10:- ایک چرا ہے کو 18 مویشی 6 ہفتے تک چرانے کے عوض 2700 روپے ادا کئے جاتے

ہیں۔ اسے 24 موبیٹی 8 ہفتے چرانے کے لئے کتنی رقم ادا کرنی ہوگی؟

11:- ایک ٹھیکہ دار نے ایک عمارت 30 دن میں بنانے کا ٹھیکہ لیا اور 20 آدی کام پر لگائے

10- دن میں کام کا صرف $\frac{1}{4}$ حصہ ختم ہوا۔ وہ کتنے آدی اور لگائے کہ کام پورے وقت پر ختم

ہو جائے؟

مشق 4

1:- 12 کونٹل سامان کا کرایہ 18 کلومیٹر سفر کے لئے 20 روپے ہو تو 80 کونٹل سامان کا کرایہ 20 کلومیٹر سفر کے لئے کتنا ہوگا؟

وزن (کونٹل میں)	فاصلہ (کلومیٹر میں)	کرایہ (روپوں میں)
↑ 12 8	↑ 18 20	↑ 20 x

↑ راست تناسب کیلئے

$$\frac{18}{2} = \frac{20}{18} \times \frac{x}{20}$$

$$\frac{x}{20} = \frac{8}{12} \times \frac{20}{18}$$

$$\frac{x}{20} = 20 \times \frac{8}{12} \times \frac{20}{18} = 20^{10}$$

$$x = \frac{400}{27} = 14.8$$

↑ نامعلوم قیمت کے لئے

شہروں کے ابتدائی سروں کی قیمتیں

مساوات = شہروں کے آخری سروں کی قیمتیں

کرایہ = 14.8 روپے

2:- 12 میٹر لمبی دیوار 14 معمار 12 دن میں بنا سکتے ہیں۔ 120 میٹر لمبی دیوار کو 7 دن

میں کتنے معمار مکمل کریں گے؟

دیوار کی لمبائی میٹروں میں

$$\uparrow \frac{12}{120}$$

دن

$$\uparrow \frac{12}{7}$$

معمار

$$\uparrow \frac{14}{x}$$

↓ معکوس تناسب کیلئے =

$$\frac{x}{14} = \frac{120}{12} \times \frac{12}{7}$$

$$\frac{x}{14} \times 14 = \frac{120}{12} \times 14$$

$$x = 10 \times 14$$

$$x = 140$$

سما 140

3:- 1440 آدمیوں کے پاس 32 دن کی خوراک موجود تھی۔ کتنے آدمی چلے جائیں کہ وہی خوراک 40 دن کے لئے کافی ہو۔ جب کہ راشن فی کس $1\frac{1}{2}$ گنا کر دیا جائے گا؟ اشارہ: راشن کی نسبت ہمیں پہلا رکن 1 اور دوسرا رکن $\frac{3}{2}$ ہے۔

آدمی	فی کس خوراک	دن
$\uparrow 1440$	$1\frac{1}{2} \downarrow \frac{3}{2}$	$\downarrow \frac{32}{40}$
x		

$$\frac{32}{40} = \frac{1}{2} = \frac{x}{1440}$$

$$\frac{x}{1440} = \frac{32}{40} \times 1\frac{2}{3}$$

$$\frac{x}{1440} \times 1440 = \frac{32}{40} \times \frac{2}{3} \times 1440^{36^2}$$

$$x = 768 \text{ موجودہ آدمی}$$

جتنے آدمیوں کیلئے خوراک کافی ہے $x = 768$

جتنے آدمی چلے جائیں $768 - 1440 = 672$ آدمی

4:- 15 مشینیں 6 دن ملے سے 360 سوئیر تیار کرتی ہیں۔ 3 مشینیں خراب ہو جائیں تو باقی مشینیں 10 دن میں چلا کر کتنے سوئیر بنے جاسکتے ہیں؟

مشین	دن	سوئیر
15	6	360
15-3=12	10	x

$$\frac{12}{15} \times \frac{10}{6} = \frac{x}{360}$$

$$\frac{x}{360} = \frac{12}{15} \times \frac{10}{6}$$

$$\frac{x}{360} \times 360 = \frac{12^1}{15_3} \times \frac{10}{6} \times 360^{60}$$

$$x = 480$$

5:- 30 آدمی 6 گھنٹے روزانہ کام کر کے ایک سرکٹ 56 دن میں مرمت کرتے ہیں۔

بائیں 45 آدمی 7 گھنٹے روزانہ کام کرتے اتنی ہی لمبی سڑک کتنے دنوں میں مرمت کریں گے؟

آدمی	روزانہ کام (گھنٹوں میں)	دن
30	6	56
45	7	x

$$\frac{30}{45} \times \frac{6}{7} = \frac{x}{56}$$

$$\frac{x}{56} = \frac{30}{45} \times \frac{6}{7}$$

$$\frac{x}{56} \times 56 = \frac{30^2}{45_{15}} \times \frac{6^2}{7} \times 56$$

$$x = 32$$

$$32 = \text{دن}$$

6:- اگر 60 عورتیں 8 گھنٹے روزانہ کام کر کے 48 کلوگرام کپاس چن لیتی ہوں تو 30

عورتیں 12 گھنٹے روزانہ کام کر کے کتنی کپاس چن لیں گی؟

کپاس (کلوگرام میں)	روزانہ کام (گھنٹوں میں)	عورتیں
48 ↑ x	8 ↑ 12	60 ↑ 30

$$\frac{30}{60} \times \frac{12}{8} = \frac{x}{48}$$

$$\frac{x}{48} \times 48 = \frac{30}{60} \times \frac{12}{8} \times 48$$

$$x = 36$$

36 کلوگرام کپاس

7:- اگر 8 میٹر لمبے اور 3 میٹر چوڑے قالین کی قیمت 1572 روپے ہو تو 12 میٹر لمبے اور

6 میٹر چوڑے قالین کی قیمت کیا ہوگی؟

قیمت (روپوں میں)	چوڑائی (میٹروں میں)	لمبائی (میٹروں میں)
1572 ↑ x	3 ↑ 6	8 ↑ 12

$$\frac{12}{8} \times \frac{6}{3} = \frac{x}{1572}$$

$$\frac{x}{1572} = \frac{12}{8} \times \frac{6}{3}$$

$$\frac{x}{1572} \times 1572 = \frac{12}{8} \times \frac{6}{3} \times 1572$$

$$x = 4716$$

4716 روپے

8:- اگر 15 کاریگر 9 دنوں میں 20,250 روپے کمائیں تو 10 کاریگر 12 دنوں

میں کتنے روپے کمائیں گے؟

کاریگر	دن	کمائی (روپوں میں)
15 ↑	9 ↑	20,250 ↑
10	12	x

$$\frac{10}{15} \times \frac{12}{9} = \frac{x}{20,250}$$

$$\frac{x}{20,250} = \frac{10}{15} \times \frac{12}{9}$$

$$\frac{x}{20,250} \times 20,250 = \frac{10^2}{3 \cdot 15} \times \frac{12}{9} \times 20,250$$

$$x = 1800$$

کمائی 18000 روپے

9:- 70 آدمی 150 میٹر لمبی دیوار 12 دنوں میں بنالیتے ہیں۔ اسی حساب سے

600 میٹر لمبی دیوار 30 دن میں کتنے آدمی بنالیں گے؟

کمائی (میٹروں میں)	دن	آدمی
150 ↑	12 ↑	70 ↑
600	30	x

$$\frac{600}{150} \times \frac{12}{30} = \frac{x}{70}$$

$$\frac{x}{70} = \frac{600}{150} \times \frac{12}{30}$$

$$\frac{x}{70} \times 70 = \frac{600^4}{150} \times \frac{12}{30} \times 70$$

$$x = 112$$

آدمی 112

10:- ایک چراہے کو 18 مویشی 6 ہفتے تک چرانے کے عوض 2700 روپے ادا کئے جاتے ہیں۔ اسے 24 مویشی 8 ہفتے چرانے کے لئے کتنی رقم ادا کرنی ہوگی؟

مویشی
18 ↑
24 ↑

ہفتے
6 ↑
8 ↑

معاوضہ (روپوں میں)
2700 ↑
x ↑

$$\begin{array}{r} 4 \quad 4 \quad 300 \\ 24 \times 8 \times 2700 \\ \hline 18 \times 6 \\ \hline = 4800 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \frac{24}{18} \times \frac{8}{6} &= \frac{x}{2700} \\ \frac{x}{2700} &= \frac{24}{18} \times \frac{8}{6} \\ \frac{x}{2700} \times 2700 &= \frac{24}{18} \times \frac{8}{6} \times 2700 \end{aligned}$$

$$x = \frac{2800}{3} = 4266.6$$

معاوضہ 4266.6 روپے

11:- ایک ٹھیکہ دار نے ایک عمارت 30 دن میں بنانے کا ٹھیکہ لیا اور 20 آدمی کام پر لگائے۔ 10 دن میں کام کا صرف 1/4 حصہ ختم ہوا۔ وہ کتنے آدمی اور لگائے کہ کام پورے وقت پر ختم ہو جائے؟

1. فرض کریں کل کام =

$$\frac{1}{4}$$

= جتنا کام ہوا

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{4} - 1$$

= باقی کام

= کل دن

10 جتنے دن کام ہوا =

باقی دن = 20 = 30 - 10 دن

جتنے آدمی کام پر لگائے = X

دن	کام	آدمی
10 20 ↑	1 4 ↑	30 x ↑

$$\frac{10}{20} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \times \frac{30}{x}$$

$$\frac{x}{30} \times \frac{10}{20} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{4}$$

$$\frac{x}{30} \times 30 = \frac{10}{20} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{1} \times 30^{15}$$

$$x = 45$$

کل جتنے آدمی کام ختم کر سکتے ہیں = 45

موجودہ آدمی = 30

مزید جتنے آدمی چاہیے = 45 - 30 = 15

معروضی سوالات

1:- درست/غلط بیانات

درست بیانات کے سامنے "T" اور غلط کے سامنے "F" لکھیے۔

- (i) دو نسبتوں کی برابری نسبت کہلاتی ہے۔
- (ii) اگر a, b, c, d تناسب راست میں ہوں تو $bc = ad$ ۔
- (iii) دریا دو سے زیادہ تناسبوں کے آپسی تعلق کو مرکب تناسب کہتے ہیں۔
- (iv) دو نسبتوں کی برابری تناسب کہلاتی ہے۔
- (v) تناسب کے لئے علامت " : " استعمال ہوتی ہے۔
- (vi) دو مقداروں میں نسبت کو ظاہر کرنے کے لئے علامت " : " استعمال ہوتی ہے۔
- (vii) تناسب معکوس میں ایک نسبت دوسری نسبت کے ضربی معکوس کے برابر نہیں ہوتی۔
- (viii) $a:b$ کو $b:a$ کے برابر نہیں کہا سکتا۔
- (ix) کتابوں کی تعداد اور ان کی قیمت میں تناسب معکوس ہوگا۔
- (x) آدمیوں کی تعداد اور خوراک کی مقدار کا تناسب معکوس ہوگا۔

مکمل سوالات

2:-

خالی جگہ موزوں الفاظ کے/ اعداد سے پر کیجیے۔

- (i) کو نسبت کی صورت میں _____ لکھتے ہیں۔
- (ii) اگر _____ تو a, b, c, d تناسب _____ میں ہوں گے۔
- (iii) مرکب تناسب دو یا دو سے زیادہ _____ کے درمیان تعلق ہے۔
- (iv) ایک نسبت کی مقدار کے زیادہ ہونے سے دوسری نسبت کی مقدار اسی تناسب سے کم ہو تو ایسا تناسب _____ کہلاتا ہے۔
- (v) اگر 20 آدمی ایک دیوار کو 5 دنوں میں بناتے ہوں تو 10 آدمی اسی دیوار کو _____

3- کثیر الانتخابی سوالات

(۱) اگر a, b, c اور d تناسب راست میں ہوں تو -----

(۲) اگر a, b, c اور d تناسب معکوس میں ہوں تو

[illegible][illegible]

(۵) اگر $3, b, a, 5$ تناسب راست میں ہوں تو ab کی قیمت ہوگی

سوال نمبر 4:- مندرجہ ذیل سوالات کے مختصر جواب دیں۔

۱:- تناسب معکوس کی تعریف کیجئے۔

۲۔ تناسب معکوس کی تعریف کیجئے۔

۳۔ تمام کی تعریف کیجئے۔

۴۔ تمام مرکب کی تعریف کیجئے۔

۵۔ 30 آدمی ایکٹ کام کو 9 دنوں میں کریں تو 10 آدمی اسی کام کو کتنے دنوں میں کریں

یونٹ ۷ جذر (Square Root)

اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے۔

قدرتی اعداد کا جذر المربع معلوم کرنا۔

ایسی کسور عام اور کسور اعشاریہ کا جذر المربع معلوم کرنا جو مکمل مربع ہوں۔
غیر ناطق اعداد کا تصور۔

2.53، 2 وغیرہ جیسے نامکمل مربع اعداد کا جذر المربع معلوم کرنا

ہم پچھلی جماعت میں پڑھ چکے ہیں کہ کسی عدد کا جذر ایکٹ ایسا عدد ہے جس کا مربع دیا ہوا عدد ہو،
جذر کے لئے علامت $\sqrt{\quad}$ استعمال کی جاتی ہے۔ جذر المربع کے لئے صرف جذر کا لفظ بھی استعمال
کیا جاتا ہے۔

5.1 قدرتی اعداد کا جذر المربع بذریعہ تقسیم معلوم کرنا۔

(finding square root of Natural Numbers by Division

Method)

پچھلی جماعتوں میں ہم نے تجزی کی مدد سے چھوٹے اعداد کا جذر معلوم کرنا سیکھا۔ اس طرح سے
بڑے اعداد کا جذر معلوم کرنا آسان نہیں۔ آئیے اب بڑے اعداد کا جذر معلوم کرنے کے لئے
ایکٹ اور طریقہ سیکھتے ہیں۔ اسے تقسیم کا طریقہ کہتے ہیں۔
کسی قدرتی عدد کا جذر معلوم کرنے کے لئے:-

(۱) عدد میں دپے گئے ہندسوں کے دائیں سے بائیں دو دو کے جوڑے بنائیے (اگر
ہندسوں کی تعداد جفت ہوگی تو مکمل جوڑے بن جائیں گے اور اگر ہندسوں کی تعداد طاق ہوگی تو
بائیں طرف آخر میں ایک ہندسہ رہ جائے گا۔

(۲) ایسا عدد تلاش کیجئے جس کا مربع بائیں طرف سے آخری جوڑے یا ہندسے کے برابر یا اس سے کم ہو۔

(۳) باقی کا طریقہ کار نیچے دئے گئے مثال ہمیں واضح کیا گیا ہے۔

مثال 1: 625 کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

$$\begin{array}{r} 25 \\ 2 \overline{) 625} \\ \underline{4} \\ 225 \\ \underline{225} \\ 0 \end{array}$$

$41 \times 1 = 41$
$42 \times 2 = 84$
$43 \times 3 = 129$
$44 \times 4 = 176$
$45 \times 5 = 225$

$$\sqrt{625} = 25$$

اس لئے۔

مثال 2: اعداد 1024 کا جذر معلوم کریں

$$\begin{array}{r} 32 \\ 3 \overline{) 1024} \\ \underline{9} \\ 124 \\ \underline{124} \\ 0 \end{array}$$

$$\sqrt{1024} = 32$$

مثال 3: 1529 کا جذر معلوم کریں۔

$$\begin{array}{r} 123 \\ 3 \overline{) 15129} \\ \underline{9} \\ 51 \\ \underline{44} \\ 729 \\ \underline{729} \\ 0 \end{array}$$

$$\sqrt{15129} = 123$$

مشق 5.1

1:- مندرجہ ذیل کے جذور بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

(i) 784	(ii) 1225	(iii) 2809
(iv) 4225	(v) 5184	(vi) 7744
(vii) 13689	(viii) 29241	(ix) 103041
(x) 418609	(xi) 10329796	(xii) 30349081

(i) 784

حل

$$\begin{array}{r}
 28 \\
 2 \overline{) 784} \\
 \underline{-4} \\
 384 \\
 48 \overline{) 384} \\
 \underline{-384} \\
 0
 \end{array}$$

$$\sqrt{784} = 28 \text{ پس}$$

(i) 1225

$$\begin{array}{r}
 35 \\
 3 \overline{) 1225} \\
 \underline{-9} \\
 325 \\
 65 \overline{) 325} \\
 \underline{-325} \\
 0
 \end{array}$$

$$\sqrt{1225} = 35 \text{ پس}$$

2809 (ii)

حل

$$\begin{array}{r}
 53 \\
 5 \overline{) 2809} \\
 \underline{-25} \\
 309 \\
 103 \overline{) 309} \\
 \underline{-309} \\
 0
 \end{array}$$

$$\sqrt{2809}=53 \text{ پس}$$

4225 (iv)

$$\begin{array}{r}
 65 \\
 6 \overline{) 4225} \\
 \underline{-36} \\
 625 \\
 125 \overline{) 625} \\
 \underline{-625} \\
 0
 \end{array}$$

$$\sqrt{4225}=65 \text{ پس}$$

5184 (v)

$$\begin{array}{r}
 72 \\
 142 \overline{) 5184} \\
 \underline{-49} \\
 284 \\
 \underline{-284} \\
 0
 \end{array}$$

$$\sqrt{5184}=72 \text{ پس}$$

7744 (vi)

حل

$$\begin{array}{r}
 88 \\
 8 \overline{) 7744} \\
 \underline{- 64} \\
 1344 \\
 168 \overline{) 1344} \\
 \underline{- 1344} \\
 0
 \end{array}$$

 $\sqrt{7744}=88$ پس

13689 (vii)

$$\begin{array}{r}
 1175 \\
 21 \overline{) 13689} \\
 \underline{- 1} \\
 36 \\
 21 \overline{) 36} \\
 \underline{- 21} \\
 1589 \\
 227 \overline{) 1589} \\
 \underline{- 1589} \\
 0
 \end{array}$$

 $\sqrt{13689}=117$ پس

29241 (viii)

$$\begin{array}{r}
 171 \\
 1 \overline{) 29241} \\
 \underline{- 1} \\
 192 \\
 27 \overline{) 192} \\
 \underline{- 189} \\
 341 \\
 341 \overline{) 341} \\
 \underline{- 341} \\
 0
 \end{array}$$

 $\sqrt{29241}=171$ پس

103041 (ix)

حل

$$\begin{array}{r}
 321 \\
 3 \overline{) 103041} \\
 \underline{- 9} \\
 130 \\
 62 \overline{) 130} \\
 \underline{- 124} \\
 641 \\
 641 \overline{) 641} \\
 \underline{- 641} \\
 0
 \end{array}$$

$$\sqrt{103041} = 321 \text{ پس}$$

418609 (x)

$$\begin{array}{r}
 647 \\
 9 \overline{) 418609} \\
 \underline{- 36} \\
 586 \\
 124 \overline{) 586} \\
 \underline{- 496} \\
 9009 \\
 1287 \overline{) 9009} \\
 \underline{- 9009} \\
 0
 \end{array}$$

$$\sqrt{173689} = 417 \text{ پس}$$

103297 (xi)

$$\begin{array}{r}
 3214 \\
 10\ 32\ 97\ 96 \\
 1 \quad - 9 \\
 \hline
 62 \quad 132 \\
 \quad - 134 \\
 \hline
 641 \quad 897 \\
 \quad - 641 \\
 \hline
 6424 \quad 25696 \\
 \quad - 25696 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\sqrt{10329796}=3214 \text{ پس}$$

30349081 (xii)

$$\begin{array}{r}
 559 \\
 30\ 34\ 90\ 81 \\
 5 \quad - 25 \\
 \hline
 105 \quad 534 \\
 \quad - 525 \\
 \hline
 11009 \quad 99081 \\
 \quad - 99081 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\sqrt{30349081}=559 \text{ پس}$$

5.2 کسور کا جذر

(Square root of Common Fraction s)

ہم جانتے ہیں کہ کسر عام $\frac{4}{9}$ میں 4 شمار کنندہ اور 9 مخرج ہے۔

کسر عام کا جذر اس کے شمار کنندہ کے جذر کو مخرج کے جذر سے تقسیم کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔

اس لئے کسر کا جذر معلوم کرنے کے لئے ہم اس کے شمار کنندہ اور مخرج کے جذر علیحدہ معلوم کرتے

ہیں۔

مثال 1: $\frac{9}{16}$ کا جذر معلوم کریں

$$\sqrt{\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{9}{16}}$$

$$= \frac{3}{4}$$

مثال 2 :-

$$1\frac{11}{25} = \frac{36}{25}$$

$$\sqrt{1\frac{11}{25}} = \sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}}$$

$$= \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

مثال 3: $28\frac{4}{9}$ کا جذر معلوم کریں۔

$$28\frac{4}{9} = \frac{256}{9}$$

$$\sqrt{\frac{256}{9}} = \frac{\sqrt{256}}{\sqrt{9}}$$

$$= \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$$

ہلکے معلومات

n ہندی عدد کے جذر میں ہندسوں کی تعداد $\frac{n}{2} =$ اگر n ایک جفت عدد ہو۔
 $\frac{n+1}{2}$ اگر n ایک طاق عدد ہو۔

کیا آپ بتا سکتے ہیں؟

5 ہندی عدد کے جذر میں کتنے ہندسے ہوں گے؟ 3

6 ہندی عدد کے جذر میں کتنے ہندسے ہوں گے۔ 3

مشق 5.2

مندرجہ ذیل کسور کا جذر معلوم کریں

1. $\frac{144}{255}$
2. $\frac{169}{256}$
3. $\frac{784}{841}$
4. $\frac{1024}{1225}$
5. $2\frac{34}{81}$
6. $6\frac{1}{4}$
7. $5\frac{41}{64}$
8. $12\frac{24}{25}$
9. $9\frac{67}{121}$
10. $1\frac{136}{225}$
11. $101\frac{92}{169}$
12. $2517\frac{196}{289}$

$$\begin{array}{r} \sqrt{\frac{144}{255}} \\ \hline 12 \\ \hline 144 \\ -1 \\ \hline 44 \\ -44 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} \sqrt{\frac{144}{255}} \\ \hline 15 \\ \hline 225 \\ -1 \\ \hline 125 \\ -125 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\sqrt{\frac{144}{255}} = \frac{12}{15} \quad \text{ہیں}$$

$$\frac{169}{256} \quad (\text{ii})$$

$$\sqrt{\frac{169}{256}} \quad \sqrt{\frac{169}{256}} \quad \text{حل}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \hline 169 \\ -1 \\ \hline 69 \\ -69 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 16 \\ \hline 226 \\ -1 \\ \hline 126 \\ -126 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\sqrt{\frac{169}{256}} = \frac{13}{16} \quad \text{پس}$$

$$\frac{784}{841} \quad (\text{iii})$$

$$\sqrt{\frac{784}{841}} \quad \sqrt{\frac{784}{841}} \quad \text{حل}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \hline 784 \\ -4 \\ \hline 384 \\ -384 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 29 \\ \hline 841 \\ -4 \\ \hline 441 \\ -441 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\sqrt{\frac{784}{841}} = \frac{28}{29} \quad \text{پس}$$

$$\frac{1024}{1225} \quad (\text{iv})$$

$$\sqrt{\frac{1024}{1225}} \quad \sqrt{\frac{1024}{1225}} \quad \text{حل}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ 3 \overline{) 1024} \\ \underline{-9} \\ 62 \overline{) 124} \\ \underline{-124} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ 3 \overline{) 1225} \\ \underline{-9} \\ 65 \overline{) 325} \\ \underline{-325} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{\sqrt{1024}}{\sqrt{1225}} = \frac{32}{35} \quad \text{پس}$$

$$2 \frac{34}{81} \quad (v)$$

$$\sqrt{2 \frac{34}{81}} = \frac{\sqrt{2 \times 81 + 34}}{\sqrt{81}} \quad \text{حل}$$

$$\frac{\sqrt{162+34}}{\sqrt{81}}$$

$$\frac{\sqrt{1196}}{\sqrt{81}}$$

$$\frac{\sqrt{196}}{\sqrt{9}}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 1 \overline{) 196} \\ \underline{-1} \\ 24 \overline{) 96} \\ \underline{-96} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ 9 \overline{) 81} \\ \underline{-81} \\ 0 \end{array}$$

$$\sqrt{2 \frac{34}{81}} = \frac{\sqrt{196}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{196}}{\sqrt{9}} \quad \text{پس}$$

$$= \frac{14}{9}$$

$$1 \frac{5}{9}$$

$$6\frac{1}{4} \quad (\text{vi})$$

$$\sqrt{6\frac{1}{4}} \quad \sqrt{\frac{6 \times 4 + 1}{4}} \quad \text{حل}$$

$$= \sqrt{\frac{24+1}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{25}{4}}$$

$$= \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}}$$

$$= \frac{5}{2}$$

$$= 1\frac{5}{2}$$

$$5\frac{41}{64} \quad (\text{vii})$$

$$\sqrt{5\frac{41}{64}} \quad \sqrt{\frac{5 \times 64 + 41}{64}} \quad \text{حل}$$

$$= \sqrt{\frac{320+41}{64}}$$

$$= \sqrt{\frac{361}{64}}$$

$$= \frac{\sqrt{361}}{\sqrt{64}}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 1 \overline{) 361} \\ \underline{-1} \\ 261 \\ 29 \overline{) 261} \\ \underline{-261} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 8 \overline{) 64} \\ \underline{-64} \\ 0 \end{array}$$

$$\sqrt{5\frac{41}{64}} = \frac{\sqrt{361}}{\sqrt{64}} \quad \text{ہیں}$$

$$= \frac{\sqrt{361}}{\sqrt{64}}$$

$$= \frac{19}{8}$$

$$= 2\frac{3}{8}$$

$$5\frac{41}{64} \quad (\text{vii})$$

$$\sqrt{5\frac{41}{64}}$$

$$\sqrt{\frac{5 \times 64 + 41}{64}}$$

حل

$$= \sqrt{\frac{320 + 41}{64}}$$

$$= \sqrt{\frac{361}{64}}$$

$$= \frac{\sqrt{361}}{\sqrt{64}}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 1 \overline{) 361} \\ \underline{-1} \\ 261 \\ \underline{-261} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 8 \overline{) 64} \\ \underline{-64} \\ 0 \end{array}$$

$$\sqrt{5\frac{41}{64}} = \frac{19}{8}$$

پس

$$\frac{19}{8}$$

$$= 2\frac{3}{8}$$

$$12\frac{24}{25} \quad (\text{viii})$$

$$\begin{aligned} \sqrt{12\frac{24}{25}} &= \sqrt{\frac{12 \times 25 + 24}{25}} \\ &= \sqrt{\frac{300 + 24}{25}} \\ &= \sqrt{\frac{324}{25}} \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{324}}{\sqrt{25}}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \hline 784 \\ -1 \\ \hline 224 \\ -224 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ \hline 25 \\ -25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{12\frac{24}{25}} &= \sqrt{\frac{324}{25}} \\ &= \frac{\sqrt{324}}{\sqrt{25}} \\ &= \frac{18}{5} = 3\frac{3}{5} \end{aligned}$$

$$9\frac{67}{121} \quad (\text{ix})$$

$$\begin{aligned} \sqrt{9\frac{67}{121}} &= \sqrt{\frac{9 \times 121 + 67}{121}} \\ &= \sqrt{\frac{1089 + 67}{121}} \end{aligned}$$

$$\sqrt{\frac{1156}{121}}$$

$$\sqrt{\frac{1156}{121}}$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ 3 \overline{) 1156} \\ \underline{-9} \\ 256 \\ 94 \overline{) 256} \\ \underline{-256} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \\ 1 \overline{) 121} \\ \underline{-1} \\ 21 \\ 21 \overline{) 21} \\ \underline{-21} \\ 0 \end{array}$$

$$\sqrt{\frac{1156}{121}} = \frac{34}{11}$$

$$= 3 \frac{1}{11}$$

$$1 \frac{136}{225} \quad (x)$$

$$\sqrt{1 \frac{136}{225}} \quad \sqrt{\frac{1 \times 225 + 136}{225}}$$

$$\sqrt{\frac{225 + 136}{225}}$$

$$\sqrt{\frac{361}{225}}$$

$$\sqrt{\frac{361}{225}}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ 1 \overline{) 361} \\ \underline{-1} \\ 261 \\ 29 \overline{) 261} \\ \underline{-261} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ 1 \overline{) 225} \\ \underline{-1} \\ 125 \\ 25 \overline{) 125} \\ \underline{-125} \\ 0 \end{array}$$

$$\sqrt{1\frac{136}{225}} = \sqrt{\frac{361}{225}}$$

$$\sqrt{\frac{361}{225}}$$

$$\frac{19}{15}$$

$$1\frac{4}{15}$$

$$101\frac{92}{169} \quad (\text{xi})$$

$$\sqrt{101\frac{92}{169}} \quad \sqrt{\frac{101 \times 169 + 92}{169}}$$

$$\sqrt{\frac{17069 + 92}{169}}$$

$$\sqrt{\frac{1716}{169}}$$

$$\sqrt{\frac{1716}{169}}$$

$$\begin{array}{r} 131 \\ 1716 \\ -1 \\ \hline 71 \\ 23 \quad -69 \\ \hline 261 \\ 261 \\ -261 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 169 \\ -1 \\ \hline 69 \\ 23 \quad -69 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$101\frac{92}{169} \quad \sqrt{\frac{1716}{169}}$$

$$\sqrt{\frac{1716}{169}}$$

$$\frac{131}{13}$$

$$2517 \frac{196}{289} \quad (xii)$$

$$\sqrt{2517 \frac{196}{289}}$$

$$\sqrt{\frac{2517 \times 289 + 196}{289}}$$

$$\sqrt{\frac{2517 \times 289 + 196}{289}}$$

$$\sqrt{\frac{727413 + 196}{289}}$$

$$\sqrt{\frac{727413 + 196}{289}}$$

$$\sqrt{\frac{727609}{289}}$$

$$\begin{array}{r} 233 \\ 2 \overline{) 727609} \\ \underline{-4} \\ 109 \overline{) 327} \\ \underline{-327} \\ 203 \overline{) 609} \\ \underline{-609} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 1 \overline{) 289} \\ \underline{-1} \\ 63 \overline{) 189} \\ \underline{-189} \\ 0 \end{array}$$

$$\sqrt{2517 \frac{196}{289}} = \frac{233}{13} \quad \text{ہے}$$

$$\frac{233}{13}$$

5.3 کسور اعشاریہ کا جذر معلوم کرنا۔

(Finding square Root of Decimal Fractions)

کسور اعشاریہ کا جذر معلوم کرنے کے لئے۔

(۱) صحیح عددی حصے کے ہندسوں کے جوڑے دائیں سے بائیں بنائیے۔

(۲) نقطہ اعشاریہ کے دائیں طرف کے ہندسوں کے جوڑے بائیں سے دائیں بنائیے۔

(۳) نقطہ اعشاریہ کے دائیں طرف مکمل جوڑے بنانے کے لئے "0" لگائیں۔

(۴) نقطہ اعشاریہ کے بعد کا جوڑا اتارنے سے پہلے حاصل تقسیم میں نقطہ اعشاریہ لگائیے۔

(۵) دو جوڑے بیک وقت اتارتے ہوئے حاصل تقسیم میں "0" لگائیے۔

مشق 5.3

مندرجہ ذیل کسور اعشاریہ کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کیجئے۔

1. 0.3249	2. 0.5184	3. 10.24
4. 0.0676	5. 1402.5025	6. 20.5209
7. 648.7209	8. 23746129	9. 2981.16
10. 7613.609536	11. 0.00868624	12. 32.7184

5.4 غیر ناطق عدد کا تصور (Concept of an Irrational Numer)

پچھلی کلاس میں ہم غیر مختتم متوالی کسراشاریہ کے بارے میں پڑھ چکے ہیں مثلاً:-

ایک غیر مختتم متوالی کسراشاریہ میں ہندسوں کا ایک گروپ اسی ترتیب سے بار بار آتا ہے۔ اب ہم غیر مختتم غیر متوالی کسراشاریہ کے بارے میں سیکھتے ہیں۔

ایسی کسراشاریہ جس میں نقطہ اشاریہ کے دائیں طرف ہندسوں کی تعداد نہ تو ختم ہو رہی ہو اور نہ ہی ہندسوں کا کوئی گروپ اسی ترتیب سے بار بار آ رہا ہو، ایک غیر متوالی غیر مختتم کسراشاریہ کہلاتی ہے۔ اس قسم کے اعداد غیر ناطق اعداد کہلاتے ہیں۔

	1.4142135....
1	2.00000000
	-1
2.4	1.00
	-.96
2.81	.0400
	-.0281
2.824	.0100900
	-.011296
	.00060400

مثلاً $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ وغیرہ
مثال 1:- 2 کا جذر معلوم کریں

حل

ہم دیکھتے ہیں کہ 2 کا جذر معلوم کرنے کے عمل میں۔

(i) تقسیم کا عمل لامتناہی ہے یعنی کسی بھی مرحلے پر باقی "0" نہیں بچتا۔

(ii) نقطہ اشاریہ کے بعد ہندسوں کا کوئی گروپ اسی ترتیب سے بار بار نہیں آ رہا جیسا کہ

ناطق اعداد کی صورت میں ہوتا ہے۔

$$\frac{2}{3} = 0.6666 \text{ مثلاً}$$

$$\frac{22}{7} = 3.1428571428571 \dots \dots \dots$$

یا رکھے اگر کسی عدد کا مربع عدد نہ ہو تو \sqrt{x} ایکٹ غیر ناطق عدد ہوتا ہے۔

مشق 5.4

مندرجہ ذیل کا جذر تین مراتب اعشاریہ تک معلوم کریں۔

- | | | |
|------|-------|--------|
| 1. 2 | 1. 3 | 1. 5 |
| 4. 7 | 4. 11 | 4. 5.3 |

مندرجہ ذیل کا جذر دو مراتب اعشاریہ تک معلوم کریں۔

- | | | |
|-----------|-------------|------------|
| 7. 3.6 | 8. 6.4 | 9. 28.9 |
| 10. 64.34 | 11. 816.081 | 12. 36.008 |

5.5 جذر کے متعلق عبارتی سوالات

مثال 1:- 1225 طلباء ایک میدان میں اس طرح کھڑے ہوئے ہیں کہ ہر قطار میں اتنے ہی طلباء ہیں جتنی قطاریں ہیں۔ ہر قطار میں طلباء کی تعداد معلوم کریں۔

حل:- چونکہ قطار میں طلباء کی تعداد اتنی ہی ہے جتنی قطاروں کی تعداد ہے۔ اس لئے

12.25 کا جذر معلوم کرنا ہے۔

آئیں۔ 12.25 کا جذر معلوم کریں۔

$$\begin{array}{r} 35 \\ 3 \overline{) 1229} \\ \underline{- 9} \\ 325 \\ 65 \overline{) 325} \\ \underline{- 325} \\ 0 \end{array}$$

اس قطار میں طلباء کی تعداد 35 ہوگی۔

مثال 2:- ایک مستطیل کھیت کا رقبہ 18432 مربع میٹر ہے۔ کھیت کی چوڑائی اس لمبائی سے

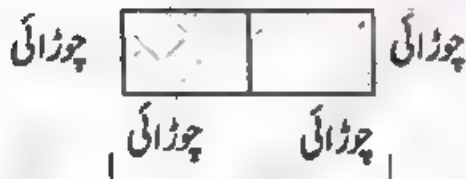
آدھی ہے اس کا احاطہ معلوم کریں۔

حل:- چونکہ اس کی چوڑائی کھیت کی لمبائی سے آدھی ہے۔ اس لئے یہ مستطیل دو برابر مربعی

علاقوں میں تقسیم کی جاسکتی ہے۔

اس لئے ہر مربعی علاقے کا رقبہ = $\frac{18432}{2}$

= 9216 مربع میٹر



اس کھیت کے ضلع کی لمبائی معلوم کرنے کے لئے ہم 9216 جذر معلوم کریں گے۔

اس لئے مربعی علاقہ کے ہر ضلع کی لمبائی 96 میٹر ہوگی۔		$ \begin{array}{r} 96 \\ 9 \overline{) 9216} \\ \underline{-81} \downarrow \downarrow \\ 1116 \\ 186 \overline{) 1116} \\ \underline{1116} \\ 0 \end{array} $
مستطیلی کھیت کی لمبائی	$= 96 \times 2$	
	$= 192$ میٹر	
	$= 2(192 + 96)$	
مستطیلی کھیت کا احاطہ	$= 2(288) = 576$ میٹر	

مشق 5.5

- 1- ایک مربعی کھیت کا رقبہ 14400 مربع میٹر ہے۔ اس کے ضلع کی لمبائی معلوم کریں۔
 - 2- ایک مربعی کھیت کا رقبہ 422500 مربع میٹر ہے۔ اس کے گرد باڑ لگانے کے لئے کتنی تاری کی ضرورت ہوگی؟
 - 3- ایک باغبان 122500 درخت اپنے کھیت میں اس طرح لگانا چاہتا ہے کہ قطاروں کی اتنی ہی تعداد جتنی کے قطار میں درختوں کی تعداد ہے۔ وہ ایک قطار میں کتنے درخت لگائے گا؟
 - 4- ایک مستطیلی کھیت کا رقبہ 10092 مربع میٹر ہے اس کھیت کی لمبائی اس کی چوڑائی کا تین گنا ہے۔ اس کھیت کا احاطہ معلوم کریں۔
 - 5- ایک دائروں علاقہ کا رقبہ 616 مربع ڈیسی میٹر ہے۔ اس کا رداس معلوم کریں۔
- جب کہ
- 6- ایک مستطیلی کھیت کا رقبہ 57800 مربع میٹر ہے اگر اس کھیت کی لمبائی اس کی چوڑائی کا دو گنا ہو تو اس کھیت کے اضلاع کی لمبائیاں معلوم کریں۔
 - 7- وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد معلوم کریں جس کو عدد 109087 میں تفریق کریں تو حاصل تفریق اک مکمل مربع ہو۔
 - 8- ایک دائروں میدان کو ہموار کرنے کا خرچ بحساب 25 پیسے فی میٹر 2200 روپے ہے۔ اس میدان کا رداس کیا ہوگا؟ $\frac{22}{7}$ جب کہ

- 9- ایک مربعی کھیت میں ہل چلانے کا خرچ 2 روپے فی 100 مربع میٹر کے حساب سے 450 روپے بنتا ہے۔ اس کھیت کا ضلع کی لمبائی معلوم کریں۔
- 10- ایک مربعی لان کا رقبہ 2500 مربع میٹر ہے اس کے گرد اگر تار لگانے کے لئے کتنی لمبی تار کی ضرورت ہوگی؟ تار کے لگانے کا خرچ بحساب 50 روپے فی میٹر ہوگا؟

(1) ایک مربع کھیت کا رقبہ 14400 مربع میٹر ہے۔ اس کے ضلع کی لمبائی معلوم کریں۔
مربع میٹر 14400 = مربعی کھیت کا رقبہ۔

? = ضلع کی لمبائی

$$\sqrt{\text{مربع کھیت کا رقبہ}} = \sqrt{\text{ضلع کی لمبائی}}$$

$$\sqrt{\text{مربع کھیت کا رقبہ}} = \text{ضلع کی لمبائی}$$

قیمت درج کرنے سے

$$\sqrt{14400} = \text{ضلع کی لمبائی}$$

$$\sqrt{120 \times 120} = \text{ضلع کی لمبائی}$$

$$120 = \text{ضلع کی لمبائی}$$

$$\begin{array}{r} 120 \\ 14400 \\ \hline 44 \\ -44 \\ \hline 0 \end{array}$$

(2) ایک مربع کھیت کا رقبہ 422500 مربع میٹر ہے۔ اس کے گرد باڑ لگانے کے لئے کتنی تار کی ضرورت ہوگی۔

حل: مربع میٹر 422500 = مربعی کھیت کا رقبہ

مربعی کھیت کا احاطہ = باڑ لگوانے کے لئے درکار تار۔

$$(1) \rightarrow 4 \times \text{ضلع کی لمبائی} = \text{مربعی کھیت کا احاطہ}$$

$$\sqrt{\text{مربعی کھیت کا رقبہ}} = \sqrt{\text{ضلع کی لمبائی}}$$

$$\sqrt{\text{مربعی کھیت کا رقبہ}} = \text{ضلع کی لمبائی}$$

قیمت درج کرنے کے لئے

$$\sqrt{422500} = \text{ضلع کی لمبائی}$$

$$\sqrt{650 \times 650} = \text{ضلع کی لمبائی}$$

$$650 = \text{ضلع کی لمبائی}$$

650

422500	
36	6
625	
-625	125
0	

مساوات 1 میں قیمت درج کرنے سے

$$4 \times 650 = \text{باز لگوانے کے لئے درکار تار}$$

$$2600 = \text{میر تار}$$

(3) ایک باغبان 122500 درخت اپنے کھیت میں اس طرح لگانا چاہتا ہے کہ قطاروں

کی اتنی ہی تعداد جتنی کے اقطار میں درختوں کی تعداد ہے۔ وہ ایک قطار میں کتنے درخت لگائے گا؟

$$\text{حل :- } 122500 = \text{پودوں کی تعداد}$$

$$122500 = \text{ہر قطار میں پودوں کی تعداد} \times \text{قطاروں کی تعداد}$$

$$=? = \text{ہر قطار میں پودوں کی تعداد}$$

$$122500 = (\text{ہر قطار میں پودوں کی تعداد})^2$$

$$\sqrt{122500} = \sqrt{(\text{ہر قطار میں پودوں کی تعداد})^2}$$

$$\sqrt{122500} = \text{ہر قطار میں پودوں کی تعداد}$$

350 = ہر قطار میں پودوں کی تعداد

$$\begin{array}{r} 350 \\ 3 \overline{) 122500} \\ \underline{9} \\ 325 \\ 65 \overline{) 325} \\ \underline{325} \\ 0 \end{array}$$

(4) ایک مستطیلی کھیت کا رقبہ 10092 مربع میٹر ہے۔ اس کھیت کی لمبائی اس کی چوڑائی

کا تین گنا ہے اس کھیت کا احاطہ معلوم کریں۔

حل:- مربع میٹر-10092 مستطیلی کھیت کا رقبہ

چونکہ کھیت کی لمبائی اس کی چوڑائی کا تین گنا ہے اس لئے ہر مربع کھیت کا رقبہ =

$$\frac{10092}{3} = 3364 \text{ مربع میٹر}$$

$$\begin{array}{r} 58 \\ 5 \overline{) 3364} \\ \underline{25} \\ 864 \\ 108 \overline{) 864} \\ \underline{864} \\ 0 \end{array}$$

اس لئے ہر مربعی علاقہ کے ہر ضلع کی لمبائی 58 میٹر ہوگی۔

$$= 58 \times 3 \text{ مستطیلی کھیت کی لمبائی۔}$$

$$174 = \text{میٹر}$$

$$= 2 (\text{لمبائی} + \text{چوڑائی}) = \text{مستطیلی کھیت کا احاطہ}$$

$$= 2 (174 + 58)$$

$$= 2 (232)$$

$$= 464 \text{ میٹر} = \text{مستطیلی کھیت کا احاطہ}$$

(5) ایک دائرو کی علاقہ کارقبہ 616 ڈیسی میٹر ہے۔ اس کا رداس معلوم کریں۔ جب کہ

$$x = \frac{22}{7}$$

مربعی ڈیسی میٹر 616 = دائرو کی علاقہ کارقبہ

? = رداس

ہم جانتے ہیں کہ

$$nr^2 = \text{دائرو کی علاقہ کارقبہ}$$

قیمت درج کرنے سے

$$616 = \frac{22}{7} \times r^2$$

$$616 = \frac{22}{7} \times r^2$$

$$28 \times 7 = r$$

$$196 = r^2$$

$$r = 196$$

دونوں اطراف جذر لینے سے $r^2 = 196$

$$r = \sqrt{14 \times 14}$$

$$r = 14$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 196 \\ 1 \\ \hline 24 \quad 96 \\ 96 \end{array}$$

پس دائرے کا رداس = 14 ڈیسی میٹر

(6) ایک مستطیلی کھیت کا رقبہ 57800 مربع میٹر ہے۔ اگر اس کھیت کی لمبائی اس کی

چوڑائی کا دو گنا ہو تو اس کھیت کے اضلاع کی لمبائیاں معلوم کریں۔

حل: مربع میٹر = 57800 مستطیلی کھیت کا رقبہ

چونکہ کھیت کی لمبائی اس کی چوڑائی کا دو گنا ہے۔ اس لئے ہر مربعی کھیت کا رقبہ = $\frac{57800}{2}$ ہے

$$28900 = \text{مربع میٹر}$$

$$\begin{array}{r} 170 \\ 28900 \\ 9 \\ 189 \\ 189 \\ 0 \end{array}$$

اس لئے ہر مربعی علاقہ کے ہر ضلع کی لمبائی 170 میٹر ہوگی۔

$$= 170 \times 2 = \text{مستطیلی کھیت کی لمبائی}$$

$$= 340 \text{ میٹر}$$

$$= 2(340 + 170) = \text{مستطیلی کھیت کا احاطہ}$$

$$= 2(510)$$

$$= 1020$$

(7) وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد معلوم کریں جب کہ عدد 109087 میں تفریق کریں تو

حاصل تفریق ایک مکمل مربع ہو۔

$$\text{حل} = 109087 = \text{عدد}$$

$$= ? = \text{مکمل مربع بنانے کے لئے تفریق کرنے والا عدد}$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ 109087 \\ 9 \\ 190 \\ 189 \\ 187 \end{array}$$

$$= 187 = \text{مکمل مربع بنانے کے لئے تفریق بنانے والا عدد}$$

(8) ایک دائروی میدان کو ہوار کرنے کا خرچ بحساب 25 پیسے فی میٹر 2200 روپے

ہے۔ اس میدان کا رداس کیا ہوگا؟ جب کہ $n = \frac{22}{7}$

حل:- خرچہ 25 پیسے فی مربع میٹر = 2200 روپے۔

خرچہ : رقبہ

1 : 0.25

x : 2200

$1 : x :: 0.25 : 2200$

$$0.25x = 1 \times 2200$$

$$\frac{0.25x}{0.25} = \frac{2200}{0.25}$$

$$x = \frac{2200}{0.25}$$

$$x = \frac{2200 \times 100}{25} = 2200 \times 4$$

$$= 8800 \text{ m}^2$$

$$\text{دائروی علاقے کا رقبہ} = \pi r^2$$

$$8800 = \frac{22}{7} r^2$$

$$\frac{7}{22} \times 8800 = \frac{7}{22} \times \frac{22}{7} r^2$$

$$7 \times 400 = r^2$$

$$2800 = r^2$$

دونوں اطراف جذر لینے سے

$$r = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 7}$$

$$r = 2 \times 2 \times 5 \sqrt{7} = 20 \sqrt{7} \text{ m}$$

(9) اے، مربعی کھیت میں اہل چلانے کا خرچ روپے فی 100 مربع میٹر کے حساب سے 450 روپے بنتا ہے۔ اس کھیت کے ضلع کی لمبائی معلوم کریں۔

خرچہ	رقبہ
2	100

$$450 \quad x$$

$$2.450=100x$$

$$2x=450 \times 100$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{450 \times 100}{2}$$

$$x=225 \times 100$$

$$x=22500$$

رقبہ 2500 مربع میٹر۔

رقبہ: ضلع \times ضلع

$$\sqrt{\text{ضلع} \times \text{ضلع}} = \sqrt{22500}$$

$$\text{ضلع} = 150m$$

کھیت کے ایک ضلع کی لمبائی 150 میٹر ہے۔

(10) ایک مربعی لان کا رقبہ 62500 مربع میٹر ہے اس کے گرد اگر تار لگانے کے لئے کتنی لمبی تار کی ضرورت ہوگی؟ تار کے لگانے کا خرچ بحساب 50 روپے فی میٹر کیا ہوگا؟

رقبہ 62500 مربع میٹر

رقبہ = ضلع \times ضلع

$$\text{ضلع} \times \text{ضلع} = 62500$$

$$\sqrt{\text{ضلع} \times \text{ضلع}} = \sqrt{62500}$$

$$250 = \text{ضلع}$$

$$\text{ایک ضلع} = 250 \text{ میٹر}$$

$$\text{چاروں اضلاع} = 4 \times 250 = 1000 \text{ میٹر}$$

ایک میٹر تار لگانے کا خرچہ 50 روپے 1000 میٹر تار لگانے کا خرچہ

$$50.000 = 50 \times 1000$$

معروضی سوالات

(۱) درست غلط بیانات

۱:- دو ہندسی اعداد کا جذر ایک ہندسی ہوتا ہے۔

۲:- ایک ہندسی عدد کا جذر بھی ایک ہندسی ہوتا ہے۔

۳:- 1024 کا جذر دو ہندسی عدد ہوگا۔

۴:- 625 کا جذر دو ہندسی عدد ہوگا۔

۵:- کسی قدرتی عدد کا جذر معلوم کرنے کے لئے بائیں جوڑے بنائے جاتے ہیں۔

۶:- کسی کسی عام کا جذر اس کے شمار کنندہ کے جذر کے برابر ہوتا ہے۔

۷:- کسر عام کا جذر اس کے مخرج کے جذر کے برابر ہوتا ہے۔

۸:- کسر عام کے جذر میں اس کے شمار کنندہ کا جذر شمار کنندہ اور مخرج کا جذر ہی رہتا ہے۔

۹:- کسر اعشاریہ کا جذر معلوم کرنے کے لئے کسری حصے کے جوڑے بائیں سے دائیں

بنائے جاتے ہیں۔

۱۰:- کا ایک باطن عدد ہے۔

(ii) تکمیلی سوالات

درج ذیل میں خالی جگہ پر کریں۔

525 کے جذر میں ہندسے ہیں۔

103041 کے جذر میں 3 ہندسے ہیں۔

16x81 کے جذر میں 2 ہندسے ہیں۔

$$\frac{9 \times 16 \times 9}{144} = \underline{3}$$

$$1.69 = \underline{1.3}$$

$$\sqrt{\frac{4}{9} \times \frac{19}{2}} = \underline{1}$$

$$\frac{169}{256} = \underline{0.81}$$

اگر کسی عدد کا مربع عدد x نہ ہو تو \sqrt{x} ایکٹ عدد ہے۔

1.44 کا صحیح عددی حصہ ہوگا۔

کسرا عشاریہ 0.666..... ایک کسرا عشاریہ ہے۔

مطابقت کے سوالات

الم B کے جملوں سے مطابقت رکھنے والے الم A کے جملوں کے متعلقہ نمبر کا الم C میں خالی جگہ پر کیجئے۔

A	B	C
(i) $\sqrt{2.25}$	(a) 12	15 (F)
(ii) $\sqrt{25 \times 4}$	(b) 5	10 (c)
(iii) $\sqrt{1 + \frac{9}{16}}$	(c) 1.125	1.25 (b)
(iv) $\sqrt{\frac{9}{16}}$	(d) 1.25	0.75 (b)
(v) $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{64}}$	(e) 10	1.125 (c)
(vi) $\sqrt{16+9}$	(f) 1.5	5 (b)
(vii) $\sqrt{16-9}$	(g) 75	2 (a)

4- کثیر الانتخابی سوالات۔

ہر سوال کے 4 ممکنہ جوابات دیے گئے ہیں۔ صحیح جواب کے لئے استعمال ہونے والے حرف سوال کے سامنے دی گئی جگہ پر لکھیں۔
 1:- 625 جذریں ہندسوں کی تعداد ہوگی۔

- (a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) 4 (i)

(ii) $\sqrt{16 \times 4}$ برابر ہوگا۔

- (a) 4 (b) 2 (c) 8 (d) 6

(iii) $\sqrt{\frac{196}{100}}$ برابر ہوگا۔

- (a) 0.0014 (b) 1.4 (c) 0.14 (d) 0.014

برابر ہوگا۔

(iv) $\sqrt{\frac{9}{16}}$ برابر ہوگا۔

- (a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{7}{4}$ (c) $\frac{5}{4}$ (d) $\frac{4}{5}$

(v) اگر ایک مربعی علاقہ کا رقبہ 64 m^2 ہو تو اس کا احاطہ ہوگا۔

- (a) 8m (b) 16m (c) 24m (d) 32m

(vi) $\sqrt{(25-16) \times 9}$ برابر ہوگا۔

- (a) 3 (b) 5 (c) 4 (d) 9

(vii) $\sqrt{8}$ ایک ایسا عدد ہے جو کہ

- (a) جفت ہے۔ (b) فیرق ہے۔ (c) ملاں ہے۔ (d) فیرق ہے۔

(viii) $\sqrt{\frac{81}{4}}$ کا جذر ایک ایسا عدد ہے جو کہ

- (a) جفت ہے۔ (b) فیرق ہے۔ (c) ملاں ہے۔ (d) فیرق ہے۔

(ix) مندرجہ ذیل میں سے کون سا عدد 0.75 کے برابر نہیں ہے؟

- (a) $\sqrt{\frac{9}{4}}$ (b) $\sqrt{\frac{9}{16}}$ (c) $\sqrt{9 \times 16}$ (d) $\sqrt{9 + 16}$

(x) مندرجہ ذیل میں سے کون سا عدد غیر ناطق ہے؟

- (a) $\sqrt[3]{\frac{3}{16}}$ (b) $\sqrt{\frac{18}{32}}$ (c) $\sqrt[3]{16 \times 8}$ (d) $\sqrt{16 - 9}$

فیصد

یونٹ VI

(Percentage)

اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے۔

کمیشن کی صورت میں نفع و نقصان معلوم کرنا۔

فروخت در فروخت کی صورت میں نفع و نقصان معلوم کرنا اور دہری فروخت

میں موازنہ کرنا۔

انشورنس کا تصور، زندگی کی انشورنس اور گاڑی وغیرہ کی انشورنس کے متعلق مسائل

کا حل۔

کل آمدنی و خالص آمدنی اور قابل ٹیکس آمدنی کا تصور۔

کسی فرد کا انکم ٹیکس معلوم کرنا۔

پچھلی جماعتوں میں ہم فیصد اور نفع و نقصان کے سادہ مسائل حل کرنا سیکھ چکے ہیں۔

اس یونٹ میں ہم کمیشن کی صورت میں نفع و نقصان پر تھوڑے مشکل مسائل کا حل

تکالیں گے اور انشورنس اور انکم ٹیکس کے بارے میں بھی سیکھیں گے۔

6.1 نفع و نقصان (Profit and Loss)

ہم جانتے ہیں کہ

$$\text{قیمت خرید} - \text{قیمت فروخت} = \text{خالص نفع}$$

$$\text{قیمت فروخت} - \text{قیمت خرید} = \text{نقصان}$$

$$\text{نفع \%} = \frac{\text{خالص نفع}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$$

$$\text{نفع \%} = \frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$$

مشق 6.1

1:- ایک ٹیکسری کا مالک اپنی مصنوعات کی لکھی ہوئی قیمت پر دوکانداروں کو 15 فیصد

کمیشن دیتا ہے۔ نقد ادائیگی کی صورت میں ہتھیار تم پر 5 فیصد کمیشن دیتا ہے ایک چیز کی قیمت

1200 روپے لکھی ہو تو دوکاندار کتنی قیمت ادا کرے گا؟

2:- ایک چیز کی لکھی ہوئی قیمت 500 روپے ہے۔ اگر اس پر 15 فیصد کمیشن ہو تو کمیشن کی

رقم معلوم کیجئے اور رعایتی قیمت بھی معلوم کیجئے۔

3:- ایک اخبار فروش نے ایک ماہ میں 10800 روپے کے اخبار فروخت کئے اور

1620 روپے کمیشن حاصل کی کمیشن کی شرح فیصد معلوم کریں۔

4:- ایک کمیشن ایجنٹ نے ایک مکان 50,000 روپے میں فروخت کر دیا اور اس

نے خریدار اور فروخت کار دونوں سے 2 فیصد کے حساب سے کمیشن وصول کی فروخت کار کو کتنی رقم

ملی اور خریدار نے کتنی رقم ادا کی؟ اور ایجنٹ کو کتنی رقم ملی؟

5:- اسلم ایک دوکاندار پر سبز مین ہے اس کی تنخواہ 2500 روپے ماہانہ ہے۔ اسے 1 فیصد

کمیشن اس کی سیل پر ملتا ہے اگر اس نے ایک ماہ میں 4,50,000 روپے کا سامان فروخت کیا تو اس کی اس ماہ کی کل آمدنی معلوم کریں۔

6:- ایک ایجنٹ نے ایک زمیندار کی 1,20,000 روپے کی گندم فروخت کی اور 5 فیصد کمیشن کاتی۔ ایجنٹ کو کتنی رقم ملی؟

7:- ایک صنعت کار 15000 روپے کی سیل پر 15 فیصد کمیشن دیتا ہے اور 15000 سے زائد پر جتنی سیل ہو اس پر 20 فیصد کمیشن دیتا ہے۔ ایک ایجنٹ نے 26500 روپے کی اشیاء فروخت کیں۔ اس کو کتنی کمیشن ملی؟

8:- ایک ایجنٹ نے حمزہ کا پلاٹ رشید کے ہاتھ 11,00,000 روپے کا بیچا اور پھر رشید کو 10 فیصد منافع دے کر عمر گے ہاتھ بیچا اگر وہ اپنا کمیشن ہر مرتبہ $\frac{1}{2}\%$ کا لے تو فروخت در فروخت میں اس نے کتنے روپے کمائے؟ حمزہ کو کیا ملا؟ رشید کو کتنی رقم ملی؟ عمر نے کتنی رقم ادا کی؟

9:- انور نے ایک زمیندار کے چاول بیچنے پر 12 فیصد کمیشن وصول کی اگر اس نے 10,05,600 روپے کے چاول بیچے ہوں تو اس کی کمیشن کی رقم بتائے۔

(1) ایک فیکٹری کا مالک اپنی مصنوعات کی لکھی ہوئی قیمت پر دوکانداروں کو 15% کمیشن دیتا ہے۔ نقد ادائیگی کی صورت بقایا رقم پر 5% مزید کمیشن دیتا ہے۔ ایک چیز کی قیمت 1200 روپے لکھی ہو تو دوکاندار کتنی قیمت ادا کرے گا۔

روپے = 1200 لکھی ہوئی قیمت

$$\text{حل} \quad 15\% \text{ کمیشن} = \frac{15 \times 1200}{100}$$

$$= 15 \times 12 = 180 \text{ روپے}$$

$$\text{روپے} = 1200 - 180 = 1020 \text{ بقایا رقم}$$

$$\text{نقد ادائیگی پر مزید کمیشن} = \frac{5}{100} \times 1020$$

$$= \frac{5 \times 1020}{100} = 51 \text{ روپے}$$

$$1020 - 51 = \text{نقد ادائیگی}$$

$$= 969 \text{ روپے}$$

(2) ایک چیز کی لکھی ہوئی قیمت 500 روپے ہے۔ اگر اس پر 15% کمیشن ہو تو کمیشن کی رقم معلوم کیجئے اور رعایتی قیمت بھی معلوم کیجئے۔
روپے 500 = لکھی ہوئی قیمت

$$15\% \text{ کمیشن} = \frac{5}{100} \times 500$$

$$= 15 \times 5 = 75 \text{ روپے}$$

$$500 - 75 = \text{رعایتی قیمت}$$

$$= 425 \text{ روپے}$$

(3) ایک اخبار فروش نے ایک ماہ میں 10800 روپے کے اخبار فروخت کیے اور 1620 روپے کمیشن حاصل کی کمیشن کی شرح فیصد معلوم کریں۔

$$\text{روپے} \quad \text{کمیشن}$$

$$1620 \quad 10800$$

$$x \quad 100$$

$$x : 10800 :: 100 = 10800$$

دسٹین کا حاصل ضرب = طریقہ کا حاصل ضرب

$$x \times 10800 = 1620 \times 100$$

دونوں اطراف 10800 پر تقسیم کرتے ہیں

$$x \times \frac{1800}{1800} = \frac{1620 \times 100}{10800}$$

$$x=15$$

پس کمیشن کی طرح فیصد = 15 %

(4) ایک کمیشن ایجنٹ نے مکان 3,50,000 روپے میں فروخت کروایا اور اس نے

خریدار اور فروخت کا دونوں سے 2 % کے حساب سے کمیشن وصول کی فروخت کار کو کتنی رقم ملی

خریدار نے کتنی رقم ادا کی؟ اور ایجنٹ کو کتنی رقم ملی؟

حل: روپے 3,50,000 = قیمت فروخت

$$2\% = \text{کمیشن}$$

$$= \frac{2}{100} \times 3,50,000$$

$$= 2 \times 3500$$

$$= 7000 \text{ روپے}$$

$$7000 + 7000 = \text{ایجنٹ کو کمیشن ملی}$$

$$= 14000 \text{ روپے}$$

$$350000 - 700 = \text{فروخت کار کو رقم ملی}$$

$$= 343000 \text{ روپے}$$

$$35000 + 7000 = \text{خریدار نے رقم ادا کی۔}$$

$$= 357000 \text{ روپے}$$

(5) اسلم ایک دوکان پر سیلز مین ہے۔ اس کی تنخواہ 2500 روپے ماہانہ ہے۔ اسے 1 %

کمیشن اس کی سیل پر ملتا ہے اگر اس نے ایک ماہ میں 4,50,000 روپے کا سامان فروخت کیا ہو

تو اس کی اس ماہ کی کل آمدنی معلوم کریں۔

حل: روپے 2500 = ماہانہ تنخواہ

$$1\% = \text{کمیشن}$$

روپے 4,50,000 ایک ماہ میں سیل کیا گیا

$$= \frac{1}{100} \times 4,50,000$$

$$= 1 \times 4500$$

$$= 4500 \text{ روپے}$$

$$= 4500 + 2500 \text{ کل آمدنی ماہوار}$$

$$= 7000 \text{ روپے}$$

(6) ایک ایجنٹ نے ایک زمیندار کی 1,20,000 روپے کی گندم فروخت کی اور 5 %

کمیشن کافی۔ ایجنٹ کو کتنی رقم ملی؟

$$\text{حل :-} \quad \text{روپے } 1,20,000 = \text{گندم کی قیمت فروخت}$$

$$5\% = \text{کمیشن}$$

$$= \frac{5}{100} \times 1,20,000 \quad \text{ایجنٹ کو رقم ملی۔}$$

$$> = 5 \times 1200$$

$$= 6000 \text{ روپے}$$

(7) ایک صنعت کار 15000 روپے کی سیل پر 15 % کمیشن دیتا ہے اور

15000 سے زیادہ جتنی سیل ہو اس پر 20 % کمیشن دیتا ہے۔ ایک ایجنٹ نے

26500 روپے کی اشیاء فروخت کیں۔ اس کو کتنی کمیشن ملی؟

$$\text{حل :-} \quad \text{روپے } 26500 = \text{قیمت فروخت}$$

$$20\% = \text{کمیشن}$$

$$= \frac{20}{100} \times 2650$$

$$= 20 \times 265$$

$$= 5300 \text{ روپے}$$

(8) ایک ایجنٹ نے حمزہ کا پلاٹ رشید کے ہاتھ 11,00,000 روپے کا بیچا اور پھر رشید کو

10 % منافع دے کر عمر کے ہاتھ بیچا اگر وہ اپنا کمیشن ہر مرتبہ $1\frac{1}{2}\%$ سے کالے تو فروخت ہو

تو اس نے کتنے کماے؟ حمزہ کو کیا ملا؟ عمر نے کتنی رقم ادا کی؟

حل: روپے 11,00,000 = قیمت فروخت

$$10\% \text{ منافع} = 100 + 10 = 110$$

قیمت فروخت

$$110 \quad 1100000$$

$$\times 100$$

$$x: 100 :: 1100000 = 100$$

$$= \frac{x \times 100}{100} = \frac{110 \times 1100000}{110}$$

$$x = 1210000$$

10 فیصد منافع کے ساتھ عمر کو بیچا 1210000 روپے

$$= 1\frac{1}{2}\% \text{ کمیشن لیتا ہے۔}$$

$$= \frac{3}{2}\%$$

$$= 1.5\%$$

$$= \frac{15}{100} \times 1100000$$

$$16500 = \text{روپے}$$

$$1100000 \text{ پر بحساب } 1\frac{1}{2} \text{ روپے کمیشن} = 16500 \text{ روپے}$$

$$1210000 \text{ پر بحساب } 1\frac{1}{2} \text{ روپے کمیشن} = \frac{1.5}{100} \times 1210000$$

$$= 18150 \text{ روپے}$$

$$16500 + 18150 = \text{کمیشن ایجنٹ کو رقم ملی}$$

$$= 34650 \text{ روپے}$$

$$1100000 - 16500 = \text{حزہ کو رقم ملی}$$

$$= 1083500 \text{ روپے}$$

$$1210000 - 18150 = \text{رشید کو رقم ملی}$$

$$= 1191850 \text{ روپے}$$

(9) انور نے ایک زمیندار کے چاول بیچنے پر %12 کمیشن وصول کی اگر اس نے

10,05,600 روپے کے چاول بیچے ہوں تو اس کی کمیشن کی رقم بتائیے۔

$$\text{حل :- } 10,05,600 \text{ روپے چاول بیچے۔}$$

$$= 12\% \text{ کمیشن وصول کی}$$

$$= \frac{12}{100} \times 10,05,600 \text{ کمیشن کی رقم}$$

$$= 12 \times 10,056$$

$$= 120672 \text{ روپے}$$

6.3 بیمہ (انشورنس) کا تصور (Concept of Insurance)

انشورنس دو پارٹیوں کے درمیان ایک ایسا سمجھوتہ ہے جس میں ایک آدمی یا ایک پارٹی کسی کمپنی کو ماہانہ، سہ ماہی یا سالانہ اقساط کی صورت میں کچھ رقم چوری، نقصان یا حادثاتی اموات جیسے خطرات کے پیش نظر ادا کرتی ہے۔ جب کہ انشورنس کمپنی حادثاتی موت، نقصان یا طے کردہ مخصوص مدت کے پورے ہونے کی صورت میں مقرر کردہ رقم واپس کر دیتی ہے۔ یہ سمجھوتہ بیمہ پالیسی (Insurance Policy) کہلاتا ہے۔

اقساط پر پریمیم (Premium) کہلاتی ہیں

طے کردہ مخصوص مدت، تکمیل مدت (Maturity period) کہلاتی ہے۔

کمپنی مقرر کردہ مدت پوری ہونے کی صورت میں پوری ادا کردہ رقم کے ساتھ منافع بھی ادا کرتی ہے جو کہ بونس (Bonus) کہلاتا ہے۔ انشورنس مختلف قسم کی ہوتی ہے۔ کچھ اقسام کے بارے میں یہاں پڑھتے ہیں۔

مثال کے طور پر۔

(1) زندگی کا بیمہ (Life Insurance)

(2) گاڑی کا جائیداد کا بیمہ (Vehicle of Property Insurance)

(1) زندگی کا بیمہ

زندگی کے بیمہ میں پارٹیوں کے درمیان تکمیل مدت طے ہو جاتی ہے۔ جس کے ختم ہونے پر کمپنی جو وصول کرتی ہے وہ رقم بیمہ منافع اور بونس بیمہ دار کو ادا کرتی ہوتی ہے۔ یا پھر اچانک موت یا حادثہ کی صورت میں ادا کرتی ہوتی ہے۔

بیمہ زندگی پالیسی بڑھاپے یا معذوری کے لئے بھی خریدی جاسکتی ہے۔

پریمیم کی رقم بیمہ کی آمدنی کے 10 فیصد سے لے کر 50 فیصد تک ہو سکتی ہے۔

زیل میں ماہانہ، سہ ماہی اور سالانہ پریمیم کی رقم طے کرنے کے بارے میں مثال دی گئی ہے۔

مشق 6.2

1۔ پریمیم کی رقم مندرجہ ذیل شرحوں کے مطابق معلوم کی جاتی ہے۔

پالیسی رقم کا 4.5% فیصد = سالانہ پریمیم

پالیسی فیس پالیسی رقم کا 25% +

زیادہ سے زیادہ 200 روپے

سالانہ پریمیم کا 52% = ششماہی پریمیم

سالانہ پریمیم کا 27% = سہ ماہی پریمیم

سالانہ پریمیم کا 09% = ماہانہ پریمیم

پس پریمیم کی رقم کے لئے مندرجہ ذیل جدول مکمل کریں۔ یہ بھی بتائیے کہ اس نے کمپنی کو کل کتنی رقم ادا کی؟

رکم کی پالیسی	سالانہ پریمیم	ششماہی پریمیم	سہ ماہی پریمیم
(i) 50,000 روپے		52%	27%
(ii) 100,000 روپے		52%	27%
(iii) 1,50,000 روپے		52%	27%
(iv) 2,00,000 روپے		52%	27%

2۔ بیمہ دار کی دو سال کی مدت کے دوران فونگی کی صورت میں وہ رقم معلوم کریں جو اس

کے لواحقین کو ملے گی۔

اگر روپے 50,000 = پالیسی کی رقم

شرح پریمیم سالانہ = 4.2%

شرح پالیسی فیس = 0.3%

خاندان کی آمدنی کا معاہدہ = 0.6%

تعمیلی مدت = 22 سال

شرح بونس = 4.5%

اور 6000 روپے سالانہ کی آمدن کمپنی سے ملے پاتی ہے۔

(ii) گاڑی پر پراپرٹی انشورنس

بعض اوقات کچھ لوگ اپنی گاڑیوں اور جائیداد کی انشورنس آگ یا حادثہ کی صورت میں نقصان کے ازالہ کے لئے کرواتے ہیں۔ اثاثے کی کل قیمت یا جزوی قیمت پر کسی پرمیم کی شرح فیصد سے کمیشن کے قوانین کی روشنی میں کسی خاص مدت کے لئے بیمہ کرایا جاتا ہے۔

یاد رکھیے: پرمیم سالانہ کی بنیاد پر لیا جاتا ہے۔

مشق 6.3

- 1- فاروقی نے ایک انشورنس پالیسی برائے گاڑی مالیتی 8,50,000 روپے میں 4.25% کی سالانہ شرح سے برائے مدت 3 سال حاصل کی۔ وہ اس پر کتنا پرمیم ادا کرے گا اگر اس نے اس مدت کے دوران کوئی کلیم داخل کیا ہو جب کہ مالیت میں کمی 10% ہے؟
- 2- فرقان نے ایک گاڑی مالیتی 7,50,000 روپے میں خریدی۔ اس نے اس کی انشورنس 3.5 فی صد سالانہ کی شرح سے 5 سال کے عرصے کے لئے کروائی اس نے کل کتنی رقم گاڑی کی حفاظت کے طور پر ادا کی اگر اس نے مبلغ 100,000 روپے نقصان کے معاوضے کے طور پر وصول کئے ہوں جب کہ مالیت میں کمی 10% سالانہ ہے؟
- 3- فریال نے اپنی گاڑی کی ایک انشورنس پالیسی 3.25% سالانہ کی شرح سے عرصہ 3 سال کے لئے کروائی۔ اس کا پہلا پرمیم 26000 روپے ہے۔ اس کی گاڑی کی مالیت کیا ہوگی؟ اس کا دوسرا اور تیسرا پرمیم بھی معلوم کریں۔

- 4- عمر خیام نے اپنے گھر مالیتی 75,00,000 روپے کی انشورنس بشرح 2% سالانہ کے حساب سے عرصہ 4 سال کے لئے کروائی۔ اس نے عرصہ 4 سال میں کل کتنا پریمیم ادا کیا جب کہ مکان کی مالیت میں 10% سالانہ کے حساب سے کمی واقع ہوئی ہو؟
- 5- شفیق نے اپنی دکان کی انشورنس 3% سالانہ کے حساب سے عرصہ 3 سال کے لئے کروائی۔ جب کہ مالیت میں کمی کی شرح 5% ہے۔ اگر اس نے پہلا پریمیم 21000 روپے ادا کیا ہو تو اس کی دکان کی مالیت معلوم کریں۔ اگر اس نے دو سال بعد 2000,000 روپے کا کلیم وصول کیا ہو تو اسے کتنی مالیت کا فائدہ حاصل ہوا؟
- 6- عمران نے ایک چالوکار دو بار 10,00,000 میں خریدا۔ اس نے اس کو 5% کی شرح سے عرصہ 4 سال کے لئے انشورنس کروایا۔ 3 سال کے بعد اس نے 500,000 روپے کا کلیم وصول کیا۔ عمران نے نقصان کے ازالہ کے طور پر ادا شدہ پریمیم کے مقابلہ میں کتنا فائدہ حاصل کیا؟

- 1- فاروق نے ایک انشورنس پالیسی برائے گاڑی مالیتی 8,50,000 روپے میں 4.25% کی سالانہ شرح سے برائے مدت 3 سال حاصل کی۔ وہ اس پر کتنا پریمیم ادا کرے گا اگر اس نے اس مدت کے دوران کوئی کلیم داخلہ کیا ہو جب کہ مالیت میں کمی 10% ہے؟
- حل :- روپے 8,50,000 = گاڑی کی قیمت

$$4.25\% = \text{سالانہ شرح}$$

$$\text{پہلا پریمیم} = \frac{4.25}{100} \times 850,000$$

$$= 4.25 \times 8500$$

$$\text{دوسرا پریمیم} = \frac{10}{100} \times 850,000$$

$$= 10 \times 8500$$

$$85000 = \text{روپے}$$

$$\text{مالیت میں کمی} = 850,000 - 8500$$

$$= 76500$$

$$= \frac{4.25}{100} \times 76500$$

$$= 32512.5 \text{ روپے}$$

$$\text{تیسرا پریم} = \frac{10}{100} \times 765000$$

$$= 10 \times 7650$$

$$= 76500$$

$$\text{مالیت میں کمی} = 765000 - 76500$$

$$= 688500 \text{ روپے}$$

$$= \frac{4.25}{100} \times 688500$$

$$= 4.25 \times 6885$$

$$= 29261.25 \text{ روپے}$$

$$\text{کل پریمیم} = 36125 + 32512.5 + 29261.25$$

$$= 97898.75 \text{ روپے}$$

- 2- فرقان نے ایک گاڑی مالیتی 7,50,000 روپے میں خریدی۔ اس نے اس کی انشورنس 3.5 فی صد سالانہ کی شرح سے 5 سال کے عرصے کے لئے کردائی اس نے کل کتنی رقم گاڑی کی حفاظت کے طور پر ادا کی اگر اس نے مبلغ 100,000 روپے نقصان کے معاوضے کے طور پر وصول کئے ہوں جب کہ مالیت میں کمی 10% سالانہ ہے؟

حل: روپے 7,50,000 = گاڑی کی قیمت خرید

3.5% = انشورنس کی شرح

10% = مالیت کی کمی

$$\begin{aligned} \text{پہلا سال} &= \frac{3.5}{100} \times 750,000 \\ &= 3.5 \times 7500 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{دوسرا سال} &= \frac{10}{100} \times 750,000 \\ &= 10 \times 7500 \\ &= 75000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{مالیت میں کمی} &= 750,000 - 75000 \\ &= 67500 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{3.5}{100} \times 67000 \\ &= 3.5 \times 6750 \\ &= 23625 \text{ روپے} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{تیسرا سال} &= \frac{10}{100} \times 67500 \\ &= 10 \times 6750 \\ &= 67500 \end{aligned}$$

$$= \frac{3.5}{100} \times 607500$$

$$= 3.5 \times 6075$$

$$211870 = \text{روپے}$$

$$= \frac{10}{100} \times 60500$$

$$= 10 \times 6075$$

$$= 60750$$

$$= 607500 - 60750$$

$$= \frac{3.5}{100} \times 546750 \text{ چوتھا سال}$$

$$= 19118.75$$

$$= \frac{10}{100} \times 546750$$

$$= 54675$$

$$546750 - 54675 \text{ مالیت میں کمی}$$

$$= 492075 \text{ نو پے}$$

$$= \frac{3.5}{100} \times 492075 \text{ پانچواں سال}$$

$$= 17222.62$$

$$= 26250 \text{ کل ٹیکس}$$

$$23626$$

$$21870$$

$$19118.75$$

$$17222.62$$

$$= 108087.37 \text{ نقصان کی مد میں انشورنس ادا کی}$$

$$-100000.00$$

$$8087.37$$

3- فریال نے اپنی گاڑی کی ایک انشورنس پالیسی 3.25% سالانہ شرح سے عرصہ 3

سال کے لئے کرائی۔ اس کا پہلا پریمیم 26000 روپے ہے۔ اس کی گاڑی کی مالیت کیا ہوگی؟

اس کا دوسرا اور تیسرا پریمیم بھی معلوم کریں۔

حل: $X =$ فرض کیا گاڑی کی مالیت

روپے 26000 = کل رقم بطور پریمیم ادا کی۔

3.25% = شرح انشورنس

$$\frac{3.25}{100} \times X = 2600$$

$$X = \frac{26000 \times 100}{3.25}$$

روپے $X = 80.80000$

گاڑی کی مالیت 8.0000 روپے

$$\text{دوسرا پریمیم} = \frac{3.25}{100} \times 80.0000$$

$$= 3.25 \times 80000$$

روپے = 26000

$$\text{تیسرا پریمیم} = \frac{3.25}{100} \times 26000$$

$$= 3.25 \times 260$$

روپے = 845

4۔ عمر خیام نے اپنے گھر مالیتی 75,00,000 روپے کی انشورنس بشرح 2% سالانہ

کے حساب سے عرصہ 4 سال کے لئے کروائی۔ اس نے عرصہ 4 سال میں کل کتنا پریمیم ادا کیا

جب کہ مکان کی مالیت میں 10% سالانہ کے حساب سے کمی واقع ہوئی ہو؟

روپے = 75,00,000 گھر کی مالیت

2% = شرح انشورنس

$$\text{پہلا پریمیم} = \frac{2}{100} \times 75,00,000$$

$$= 2 \times 75000$$

$$= 150000$$

$$\text{مالیت میں کمی} = 750000 - 150000$$

$$= 735000$$

$$\text{دوسرا پریمیم} = \frac{2}{100} \times 735000$$

$$= 2 \times 7350$$

$$= 147000 \text{ روپے}$$

$$\text{مالیت میں کمی} = 735000 - 147000$$

$$= 720300$$

$$\text{تیسرا پریمیم} = \frac{2}{100} \times 720300$$

$$= 2 \times 720300$$

$$= 144060 \text{ روپے}$$

$$\text{مالیت میں کمی} = 720300 - 144060$$

$$= 7058940$$

$$\text{چوتھا پریمیم} = \frac{2}{100} \times 720300$$

$$= 141178 \text{ روپے}$$

$$\text{کل انشورنس} = 150000$$

$$147000$$

$$+ 144060$$

$$141175$$

$$582238 \text{ روپے}$$

- 5۔ شفیق نے اپنی دکان کی انشورنس 3% سالانہ کے حساب سے عرصہ 3 سال کے لئے کروائی۔ جب کہ مالیت میں کمی کی شرح 5% ہے۔ اگر اس نے پہلا پرمییم 21000 روپے ادا کیا ہو تو اس کی دکان کی مالیت معلوم کریں۔ اگر اس نے دو سال بعد 2000,000 روپے کا کلیم وصول کیا ہو تو اسے کتنی مالیت کا فائدہ حاصل ہوا؟

$$X = \text{فرض کیا گاڑی کی مالیت}$$

$$3\% = \text{شرح انشورنس}$$

$$\frac{3}{100} X = 21000$$

$$X = \frac{7000 \times 21000 \times 100}{3}$$

$$X = 7000 \times 100$$

$$X = 70,0000 \text{ روپے}$$

$$70,0000 - 21000 = \text{مالیت میں کمی}$$

$$= 679000$$

$$\text{دوسرا پرمییم} = \frac{3}{100} \times 67900$$

$$= 3 \times 6790$$

$$20370 = \text{روپے}$$

$$679000 - 20370 = \text{مالیت میں کمی}$$

$$= 658630$$

$$\text{تیسرا پرمییم} = \frac{3}{100} \times 658630$$

$$19758.9 = \text{روپے}$$

$$21000 = \text{کل انشورنس}$$

$$+ 20370$$

$$19758.9$$

$$31128$$

$$= 2000000 = \text{نفع}$$

$$61128.9$$

$$1938871.1$$

$$\text{پس نفع} = 1938871 \text{ روپے}$$

6۔ عمران نے ایک چالوکارو بار 10,00,000 میں خریدا۔ اس نے اس کو 5% کی شرح سے عرصہ 4 سال کے لئے انشورنس کروایا۔ 3 سال کے بعد اس نے 500,000 روپے کا کلیم وصول کیا۔ عمران نے نقصان کے ازالہ کے طور پر اداشدہ پر بیمہ کے مقابلہ میں کتنا فائدہ حاصل کیا؟

روپے 10,00,000 مکان کی قیمت خرید

2.5 انشورنس کی شرح

4 سال مدت تکمیل

$$= \frac{2.5}{100} \times 10,00,000$$

$$= 25000 \text{ روپے}$$

$$= 4 \times 25000$$

$$= 100000 = \text{کل انشورنس}$$

75000 = 3 سال کے بعد پریم

500,000 = 3 سال کے بعد کلیم وصول کیا

$$500,000 - 75,000$$

$$= 425,000$$

پس نفع = 425000 روپے

6.4 کل آمد (Cross Income)

کل آمدن سے مراد ایسی آمدن ہے جو ایک شخص مختلف مدات مثلاً تنخواہ الاؤنس، خصوصی تنخواہ وغیرہ کے مجموعے کے طور پر ایک سال کے عرصے کے دوران وصول کرتا ہے۔

6.5 خالص آمدن (Net Income)

خالص آمدن وہ آمدن ہے جو کل آمدن میں سے بہبود فنڈز، کوٹہ، کوئی اور چھوٹ وغیرہ کی رقم منہا کر کے حاصل ہوتی ہے۔

6.6 ٹیکس (Tex)

ٹیکس وہ رقم ہے جو حکومت عوام سے ان کو دفاع، تعلیم، ہسپتال، سڑکیں، پارکس وغیرہ کی سہولیات بہم پہنچانے کے لئے وصول کرتی ہے۔

ٹیکس کی مختلف اقسام ہیں مثلاً انکم ٹیکس، پراپرٹی ٹیکس، دولت ٹیکس وغیرہ۔

6.7 انکم ٹیکس (Income Tax)

انکم ٹیکس ایک شخص کی آمدن ایک خاص حد سے بڑھنے پر لگایا جاتا ہے انکم ٹیکس کی شرح کے قوانین حکومت وقتاً فوقتاً جاری کرتی رہتی ہے۔

آمدن کی کچھ مدات کو حکومت وقت انکم ٹیکس سے مستثنیٰ قرار دیتی ہے۔ مثلاً الاؤنس،

ہاؤس رینٹ، ریپیٹ (چھوٹ)، خصوصی تنخواہ وغیرہ

ریپیٹ وہ رقم ہے جس پر ٹیکس کی چھوٹ ہوتی ہے۔ ریپیٹ خالص آمدن = قابل ٹیکس

آمدن۔

انکم ٹیکس معلوم کرنے کا طریقہ درج ذیل مثال سے واضح کیا گیا ہے۔

مشق 6.4

- 1۔ مندرجہ ذیل جدول کو مختلف آمدنی کے درجات کے مطابق مکمل کریں۔ جب کہ انکم ٹیکس مندرجہ ذیل جدول میں دی گئی شرحوں کے مطابق معلوم کیا جائے

ماہانہ آمدنی	سالانہ آمدنی	ٹیکس چھوٹ	ری بیٹ 0.2%	قابل ٹیکس آمدن	انکم ٹیکس
1	23530	282360	564.72	0.2	28179528
2	17890	214686	429.36	0.2	21425064
3	24500	294000	588	0.2	293412
4	12000	144000	288	0.2	143712
					12.5 3522441
					12.5 26835
					12.5 36750
					7.5 1080

معروضی سوالات

1۔ درست و غلط بیانات

درست بیانات کے سامنے "T" اور غلط بیانات کے سامنے "F" لکھیے۔

$$(i) \text{ قیمت خرید} - \text{قیمت فروخت} = \text{خالص نفع}$$

$$(ii) \text{ منافع} - \text{قیمت خرید} = \text{قیمت فروخت}$$

$$(iii) \text{ نفع \%} = \frac{\text{خالص نفع}}{\text{قیمت فروخت}} \times 100$$

$$(iv) \text{ نقصان \%} = \frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$$

- (۵) کسی شے کی لکھی ہوئی قیمت پر رعایت کمیشن کہلاتی ہے۔
- (۶) کمیشن ایجنٹ کسی جائیداد کی فروخت پر ایک ہی پارٹی سے کمیشن وصول کر سکتا ہے۔
- (۷) کسی گاڑی یا جائیداد کی زندگی کا بیمہ کرایا جاتا ہے۔
- (۸) بیمہ دار سے پہلا پریمیم صرف ایک ماہ کا لیا جاتا ہے۔
- (۹) مدیک کی تکمیل تک بیمہ دار نے اگر کوئی رقم واپس نہ لی ہوئی ہو تو اس کی دی گئی رقم ضائع جاتی ہے۔
- (۱۰) انکم ٹیکس خالص آمدنی پر ہی لگایا جاتا ہے۔

تکمیل سوالات

- خالی جگہ موزوں ترین اعداد اور الفاظ سے پر کریں۔
- (۱) منافع کی صورت میں قیمت فروخت قیمت خرید سے ----- ہوتی ہے
- (۲) نقصان کی صورت میں قیمت خرید، فروخت سے ----- ہوتی ہے۔
- (۳) اگر ایک دکاندار 2 چیزوں کے بدلے 1 منٹ دے تو خریدار کو ----- فی صد بچت ہوگی۔
- (۴) اگر ایک چیز کی درج شدہ قیمت 600 روپے پر رعایت 15% ہو تو رعایتی قیمت ----- ہوگی۔
- (۵) اگر ایک دکاندار نے اصل قیمت 500 روپے کو کاٹ کر 450 روپے رعایتی قیمت درج کی ہو تو دکاندار نے ----- فی صد ریہیٹ دی۔
- (۶) بیمہ دار کی عمر بڑھنے کے ساتھ تکمیلی مدت میں ----- ہوتی ہے۔
- (۷) بیمہ دار کو گاڑی انشورنس پالیسی کے آخری سال میں ----- پر بیمہ ادا کرنا پڑتا ہے۔
- (۸) بیمہ دار کو انشورنس پالیسی کے پہلے سال کا ----- پر بیمہ ادا کرنا پڑتا ہے۔

(۹) جائیداد کی خرید و فروخت میں مدد دینے والے شخص کو ادا کی گئی رقم۔۔۔۔۔ کہلاتی ہے

(۱۰) 5 لاکھ روپے میں فروخت ہونے والے مکان پر 2% کے حساب سے کمیشن ایجنٹ کو۔۔۔۔۔ روپے ملیں گے۔

2- مختصر جوابی سوالات

۱- پریمیم کی تعریف کریں۔

۲- بحالی مدت کی وضاحت کریں۔

۳- انکم ٹیکس کی تعریف کریں۔

۴- خالص آمدن کی تعریف کریں۔

۶- ریٹ کے کہتے ہیں۔

۶- انشورنس کی تعریف کریں نیز اس کی اقسام بیان کریں۔

4- کثیر الانتخابی سوالات

ہر سوال کے 4 ممکنہ جوابات دیے گئے ہیں۔ صحیح جواب کے لئے استعمال ہونے

والے حرف سوال کے سامنے دی گئی جگہ پر لکھیے۔

(۱) 100 کا 100 فیصد برابر ہوگا۔

(a) 1 (b) 10 (c) 100 (d) 1000

(۲) 20 کا جذر 20 برابر ہوگا۔

- (a) 20 (b) 40 (c) 4 (d) 10

(۳) 20 کے 20% کا 20% برابر ہوگا۔

- (a) 20 (b) 4 (c) 8 (d) 0.8

(۴) ایک پراپرٹی ڈیلر نے 15 لاکھ میں ایک مکان کا سودہ کروایا اور 1% دو طرفہ کمیشن طے کی۔

- (a) 15000 روپے (b) 30,000 روپے (c) 10,000 روپے (d) 20,000 روپے

(۵) ایک فیکٹری کا مالک اپنی مصنوعات پر لکھی ہوئی قیمت پر دکانداروں کو 10% کمیشن دیتا ہے اور نقد ادائیگی کی صورت میں بقایا رقم 5% کمیشن دیتا ہے۔ ایک چیز کی قیمت

1000 روپے ہے۔ نقد ادائیگی پر اس کی قیمت ہوگی۔

- (a) 900 روپے (b) 850 روپے (c) 800 روپے (d) 855 روپے

(۶) ایک پراپرٹی ڈیلر 100,000 روپے کی جائیداد کو 3 مرتبہ 1% کمیشن پر ہر گاہک

کو 100,000 روپے میں ہی فروخت کرے اور دونوں طرف سے کمیشن وصول کرے تو اس کی

کل کمیشن ہوگی۔

- (a) 3000 (b) 6000 (c) 4000 (d) 5000

(۷) ایک دکاندار 4 چیزوں کے ساتھ ایک چیز مفت دے تو گاہک کو فائدہ ہوگا۔

- (a) 25% (b) 20% (c) 15% (d) 33%

یونٹ VII الجبرا (Algebra)

اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے:-

خطوط وحدانی پر مشتمل الجبری کا اختصار

الجبری جملوں کی قیمتیں معلوم کرنا۔

درجہ 4 تک کی کثیر رقمیوں کی جمع و تفریق

درجہ 4 تک کی کثیر رقمیوں کی ضرب

درجہ 4 تک کی کثیر رقمیوں کی درجہ 2 تک کی کثیر رقمیوں پر تقسیم۔

درج ذیل کلیات اخذ کرنا۔

$$(a + a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab \quad (i)$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \quad (ii)$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \quad (iii)$$

درج ذیل طرز کے الجبر جملوں کی تجزی کرنا۔

$$ka + kb + kc$$

$$a^2 - b^2$$

$$a^2 + 2ad + b^2$$

$$x^2 \pm px \pm q$$

دو متغیرات میں ایک درجی مساوات کا تصور

دو متغیرات میں ایک درجی مساوات کی مترادف مساوات کا تصور۔

ہمزاد مساواتوں کا حاصل۔

$$(a_1b_1 + a_2b_2 \neq 0)$$

جب کہ

$$a_1x + b_1y = c_1$$

$$a_2x + b_2y = c_2$$

دو ہمزاد مساواتوں کے ذریعے روزمرہ زندگی سے متعلقہ سوالات حل کرنا

پچھلی جماعتوں میں ہم نے الجبری جملوں، ہم قسم اور غیر ہم قسم رقوم، آسان الجبر

جملوں اور کثیر رقمیوں کی جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم کے عوامل کرنا سیکھا۔

آئیے اب ان کے بارے میں مزید سیکھیں۔

7.1 بریکٹ والے الجبری جملوں کا اختصار

(Simplifying Algebraic Expressions Involving Brackets)

جیسا کہ حاب میں بریکٹ اندرونی تمام رقوم ایک ہی مقدار کو ظاہر کرتی ہیں۔ اس طرح الجبر میں جملوں کا اختصار کے لئے بریکٹوں کا استعمال کیا جاتا ہے۔

بریکٹ کی درج ذیل اقسام عام طور پر زیر استعمال ہیں۔

1- قطعہ خط (Vinculum)

2- قوسی بریکٹ (Parenthesis) ()

3- دندے دار بریکٹ (Braces) { }

4- مربعی بریکٹ (Square brackets) []

جس الجبری جملے میں بریکٹ لگے ہوں، اسے مختصر کرنے کے لئے ضروری ہے کہ بریکٹ ہٹائے جائیں۔

بریکٹ ہٹانے کے لئے مندرجہ ذیل قوانین استعمال کئے جاتے ہیں۔

(i) اگر دو یا دو سے زیادہ قسم کے بریکٹ کو سب پہلے ختم کیا جائے گا۔ پس پس

____ ()، { } اور [] کو بالترتیب ختم کیا جاتا ہے۔

(ii) اگر کسی بریکٹ سے پہلے + کی علامت ہو تو جملہ میں کسی قسم کی تبدیلی کیے بغیر بریکٹ

ہٹاتے ہیں مثلاً $3x^2 - (5x - x^3) = 3x^2 - 5x + x^3$

(iii) اگر کسی بریکٹ سے پہلے _____ کی علامت ہو تو اس مقدار کو بریکٹ کے اندر

ہر قسم کی علامت تبدیل (+ سے - اور - سے +) کر کے بریکٹ ہٹائے جاتے ہیں۔

مثلاً $2x^2 - (x - y) = 2x^2 - x + y$

(iv) اگر کوئی مقدار بریکٹ سے پہلے لکھی جائے تو اس مقدار کو بڑیکٹ کے اندر ہر رقم سے

ضرب دینی جاتی ہے مثلاً $a(x+y) = ax+ay$

(v) اگر دو بریکٹوں کے درمیان + --- یا - میں سے کوئی بھی علامت نہ ہو تو اس کا مطلب ہے کہ دونوں جملوں کو آپس میں ضرب دی جائے گی۔
مثلاً $(a+b)(x+y)$ کا مطلب ہے۔
 $x+y$ اور $a+b$ کی آپس میں ضرب۔

مشق 7.1

مختصر کیجئے

1. $5x - (7z - 8y) - 3x + 5y - 4z$
2. $x - 2y - (x - 2z) - \{2y - x\} 2z + x$
3. $x - y - \{x - y - (x + y) - (\overline{x - y})\}$
4. $a - 2b - \{2a - 4b(3a + c) + (3a - b - 5c)\}$
5. $\overline{a^2 - [a - \{a - (b^2 - \overline{c^2 + a}) - b\} - b]}$
6. $a - [(2 - a) - \{3 - (a - \overline{a})\} - a - (\overline{a - a})]$
7. $-x - [3 - (x - \overline{3 - x}) + \{x + (3 - \overline{x - 3})\}]$
8. $3x^2 - 2(\overline{y - x - z}) - 3\{(\overline{x^2 - y + z}) - \overline{x - y}\}$
9. $2x - 3[\{3x - (x - y - 3)\} + \{4x - 2(3y - \overline{4 + x})\}]$
10. $64 - 5[-13x - 7\{-19 + 4(17x - 156)\}]$

1. $5x - (7z - 8y) - 3x + 5y - 4z$

Sol: $5x - (7z - 8y) - 3x + 5y - 4z$

$$= 5x - 7z + 8y - 3x - 5y + 4z$$

$$= 5x - 3x + 8y - 5y - 7z + 4z$$

$$= 2x + 3y - 3z$$

Ans: $2x + 3y - 3z$

2. $x-2y-(x-2z)-(2y-x)(2z+x)$

Sol.:
$$\begin{aligned} &= x-2y-(x-2z)-(2y-x)(2z+x) \\ &= x-2y-x+2z-(2y-x)(2z+x) \\ &= x-2y-x+2z-2y+x+2z-x \\ &= x-x+x-x-2y-2y+2z+2z \\ &= 2x-4y+4z \end{aligned}$$

Ans.: $2x-4y+4z$

3. $x-y-(x-y-(x+y)-(\overline{x-y}))$

Sol.:
$$\begin{aligned} &= x-y-(x-y-(x+y)-(\overline{x-y})) \\ &= x-y-x+y-(x+y)-(\overline{x-y}) \\ &= x-y-x+y-x-y-x+y \\ &= x-x+x-x-2y+2z+2z \\ &= 2x-4y+4z \end{aligned}$$

Ans.: $2x-4y+4z$

3. $x-y-(x-y-(x+y)-(\overline{x-y}))$

Sol.:
$$\begin{aligned} &= x-y-(x-y-(x+y)-(\overline{x-y})) \\ &= x-y-(x-y-(x+y)-x+y) \\ &= x-y-(x-y-x-y-x+y) \\ &= x-y-x+y+x+y-x-y \\ &= 2x \end{aligned}$$

Ans.: $2x$

4. $a-2b-(2a-4b(3a+c)+(3a-b-5c))$

Sol.:
$$\begin{aligned} &= a-2b-(2a-4b(3a+c)+(3a-b-5c)) \\ &= a-2b-(2a-4b(3a+c)+3a-b-5c) \\ &= a-2b-2a+4b+3a+c-2a+b+5c \\ &= a-2a+3a-2a-2b+4b-2b+b+c+5c \\ &= 4a-4a+2b+b+6c \\ &= 0+3b+6c \end{aligned}$$

Ans.: $3b+6c$

5. $a^2 - [a^2 - \{a^2 - (b^2 - c^2 + a) - b\} - b]$

Sol.: $\hat{a} - [\hat{a} - \{\hat{a} - (\hat{b} - \hat{c} + \hat{a}) - \hat{b}\} - \hat{b}] =$
 $\hat{a} - [\hat{a} - \{\hat{a} - (\hat{b} - \hat{c} + \hat{a}) - \hat{b}\} - \hat{b}]$
 $= \hat{a} - [\hat{a} - \{\hat{a} - \hat{b} + \hat{c} + \hat{a} - \hat{b}\} - \hat{b}]$
 $= \hat{a} - [\hat{a} - \hat{a} + \hat{b} - \hat{c} - \hat{a} + \hat{b} - \hat{b}]$
 $= \hat{a} - \hat{a} + \hat{a} - \hat{b} + \hat{c} + \hat{a} - \hat{b} + \hat{b}$
 $= 2\hat{a} - \hat{b} + \hat{c}$

Ans: $2a^2 - b^2 + c$

6. $a - [(2-a) - \{3-(a-a)\}] - a - (a-a)$

$$\begin{aligned} \text{Sol: } & a - [(2-a) - \{3-(a-a)\}] - a - (a-a) \\ & a - [2-a - \{3-a+a\}] - a - (a-a) \\ & = a - [2-a - \{3-a+a\}] - a - a + a \\ & = a - [2-a-3+a-a+a] \\ & = a - 2 + a + 3 - a + a + a - a - a \\ & = -2a + 2a - a + 1 \end{aligned}$$

anw: $1+2a+2a-a$

7. $-x \cdot [3 - (x - 3 - x) + (x + (3 - x - 3))]$

$$\begin{aligned} \text{Sol: } & -X - [3 - (x - 3 - x) + \{x + (3 - x - 3)\}] \\ & = -x - [3 - (x - 3 + x) \{x + (3 - x + 3)\}] \\ & = -x - \{3 - x + 3 - x + \{x + 3 - x + 3\}\} \\ & = -x - [3 - x + 3 - x + x + 3 - x + 3] \\ & = -x - 3x - 3 + x - x - x - 3x - 3 \\ & = -x + x + x - x + x - 3 - 3 - 3 \\ & = -x - 12 \end{aligned}$$

Ans: ✓ **x-12**

$$8. \quad 3x^2 - 2(y - x - z) - 3\{(x^2 - y + z) - x - y\}$$

$$\begin{aligned} \text{Sol.:} \quad & 3x^2 - 2(y - x - z) - 3\{(x^2 - y + z) - x - y\} \\ &= 3x^2 - 3(y - x + z) - 3\{(x^2 - y + z) - x + y\} \\ &= 3x^2 - 2y - 2z + 2z - 3y^2 - 3z + 3x - 3y^2 \\ &= 3x^2 - 3x^2 + 3x - 2y - 3y^2 - 3y^2 + 2z - 2z - 3z \\ &= 3x^2 - 2y - 3z \end{aligned}$$

$$\text{Ans: } 3x^2 - 2y - 3z$$

$$9. \quad 2x - 3\{3x - (x - y - 3)\} + \{4x - 2(3y - 4 + x)\}$$

$$\begin{aligned} \text{Sol.:} \quad & 2x - 3\{3x - (x - y - 3)\} + \{4x - 2(3y - 4 + x)\} \\ &= 2x - 3\{3x - (x - y - 3)\} + \{4x - 2(3y - 4 + x)\} \\ &= 2x - 3\{3x - x + y + 3\} + 5\{4x + 2x - 6y + 8\} \\ &= 2x - 3[2x + y + 3] \\ &= 2x - 3[2x + y + 3] \\ &= 2x - 96x + 87y - 129 \\ &= -94x + 87y - 129 \\ &= -94x + 87y - 129 \end{aligned}$$

$$\text{Ans.:} \quad = -94x + 87y - 129$$

$$10. \quad 64 - 5[-13x - 7\{-19 + 4(17x + 156)\}]$$

$$\begin{aligned} \text{Sol.:} \quad & 64 - 5[-13x - 7\{-19 + 4(17x + 156)\}] \\ &= 64 - 5[-13x - 7\{-19x - 8x - 24\}] \\ &= 64 - 5[-13x - 7\{-11x - 24\}] \\ &= 64 - 5[-13x + 77x + 168] \\ &= 64 - 5[64x + 168] \\ &= 64 - 320x - 840 \\ &= 320x - 776 \end{aligned}$$

$$\text{Ans:} \quad -30x - 776$$

7.2 الجبری جملوں کی قیمتیں معلوم کرنا

(Evaluating Algebraic Expressions)

ایک یا ایک سے زیادہ متغیرات پر مشتمل الجبری جملہ میں متغیرات کی جگہ ان کی مخصوص قیمتیں (حقیقی اعداد) درج کئے جائیں تو حاصل ہونے والا عدد الجبری جملہ کی قیمت کہلاتا ہے۔

مشق 7.2

(i) اگر $x=3, y=2, z=1$ ہو تو مندرجہ ذیل کی قیمتیں معلوم کریں۔

(i) $10xy+6yz+7zx$ (ii) $-y^2+z^2-x^2+2yz$

(iii) $x^2+y^2+z^2-3xyz$ (iv) $x(y+z)(z+x)+z(x+y)$

(v) $xy(yz+zx)yz(zx+zy)$ (vi) $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$

(vii) $\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y}$ (viii) $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{z^2} + \frac{z^2}{x^2}$

(ix) $\frac{z^2-y^2}{x^2+xy+y^2}$ (x) $\frac{y^2-z^2}{y^2+z^2} \times \frac{zx}{3y-z}$

(ii) پہلے n قدرتی اعداد کا مجموعہ معلوم کرنے کا فارمولا ہے

$$s=1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

اس فارمولائی مدد سے

(i) پہلے 100 قدرتی اعداد کا مجموعہ معلوم کریں (ii) پہلے 149 قدرتی اعداد کا مجموعہ معلوم کریں۔

(iii) قدرتی اعداد 101 سے 149 تک مجموعہ کیا ہوگا؟

ایک بند سلنڈر (سیلنڈر) کی سطح کے رقبہ A کیلئے فارمولا $a=3nr(3+h)$ ہے

جب کہ r اور h سلنڈر کا بالترتیب رداس اور بلندی ہیں۔ تیل کے ایک بند ذرم کی سطح کا رقبہ معلوم

کریں جب کہ اس کا رداس 30 سم سے بلندی 80 سم ہے۔ ($n=\frac{22}{7}$)

(i) اگر $x=3, y=2, z=1$ ہو تو مندرجہ ذیل کی قیمتیں معلوم کریں۔

$$(i) 10xy + 6yz - 7zx$$

$$x=3, y=2, z=1$$

$$\begin{aligned} \text{sol: } 10xy + 6yz - 7zx \\ &= 10(3)(2) + 6(2)(1) - 7(1)(3) \\ &\text{z اور y, x کی قیمتیں درج کرنے سے۔} \\ &= 60 + 12 - 21 \\ &= 72 - 21 \\ &= 51 \end{aligned}$$

ans.: 51

$$(ii) y^2 + z^2 - x^2 + 2yz$$

$$y^2 + z^2 - x^2 + 2yz$$

$$= (2)^2 + (1)^2 - (3)^2 + 2(2)(1)$$

$$\text{z اور y, x کی قیمتیں درج کرنے سے۔}$$

$$= 4 + 1 - 9 + 4$$

$$= 4 + 1 + 4 - 9$$

$$= 9 - 9 = 0$$

Ans.: 0

$$(iii) x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$$

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$$

$$= (3)^3 + (2)^3 + (1)^3 - 3(3)(2)(1)$$

$$\text{z اور y, x کی قیمتیں درج کرنے سے۔}$$

$$= 9 + 4 + 1 - 18$$

$$= 14 - 18$$

$$= -4$$

Ans.: -4

$$(iv) x(y+z)+y(z+y)$$

$$x(y+z)+y(z+y)$$

z اور y, x کی قیمتیں درج کرنے سے۔

$$=(3)(2+1)+2(1+3)+1(3+2)$$

$$=3(3)+2(4)+1(5)$$

$$=9+8+5$$

$$=22$$

$$\text{Ans.: } 22$$

$$(V) xy(yz+zx)+yz(zx+xy)$$

$$xy(yz+zx)+yz(zx+xy)$$

z اور y, x کی قیمتیں درج کرنے سے۔

$$=(3)(2)\{(2)(1)+(1)(3)\}+(2)(1)\{(1)(3)+(3)(2)\}$$

$$=6\{2+3\}+2\{3+6\}$$

$$=6(5)+2(9)$$

$$=30+18$$

$$=48$$

$$\text{Ans.: } 48$$

$$(vi) \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$$

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$$

z اور y, x کی قیمتیں درج کرنے سے۔

$$= \frac{3}{2} + \frac{2}{1} + \frac{1}{3}$$

$$= \frac{3(3)+2(6)+1(2)}{6}$$

$$6 \overline{) 23} \begin{array}{r} 3 \\ -18 \\ \hline 5 \end{array} = \frac{9+12+2}{6}$$

$$= \frac{23}{6}$$

$$\text{Ans.:}$$

$$1 \frac{5}{6}$$

$$(vii) \frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y}$$

Sol.:

$$\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y}$$

ز اور y, x کی جگہیں درج کرنے سے۔

$$\frac{3(2)}{1} + \frac{2(1)}{3} + \frac{1(3)}{2}$$

$$\frac{6}{1} + \frac{2}{3} + \frac{3}{2}$$

$$\frac{6(6) + 2(2) + 3(3)}{6}$$

$$\frac{36 + 4 + 9}{6}$$

$$= \frac{49}{6}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 6 \overline{) 49} \\ \underline{-48} \\ 1 \end{array}$$

$$\text{Ans.: } 8 \frac{1}{6}$$

$$(viii) \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{z^2} + \frac{z^2}{x^2}$$

Sol.:

$$\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{z^2} + \frac{z^2}{x^2}$$

ز اور y, x کی جگہیں درج کرنے سے۔

$$= \frac{(3)}{(2)} + \frac{(2)}{(1)} + \frac{(1)}{(3)}$$

$$= \frac{9}{4} + \frac{4}{1} + \frac{1}{9}$$

$$= \frac{9(9) + 4(36) + 1(4)}{36}$$

$$= \frac{91 + 144 + 4}{36}$$

$$= \frac{229}{36}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 16 \overline{) 229} \\ \underline{216} \\ 13 \end{array}$$

Ans.: $\frac{16}{36}$

(ix) $\frac{z^2 - y^2}{x^2 + xy + y^2}$

Sol.: $\frac{z^2 - y^2}{x^2 + xy + y^2}$

x اور y کی قیمتیں درج کرنے سے۔

$$\begin{aligned} & \frac{(3)^2 - (2)^2}{(3)^2 + (3)(2) + (2)^2} \\ & \frac{27 - 8}{9 + 6 + 4} \\ & \frac{19}{19} \end{aligned}$$

Ans.: 1

(x) $\frac{y^2 - z^2}{y^2 + z^2} \times \frac{zx}{3y - z}$

Sol.: $\frac{y^2 - z^2}{y^2 + z^2} \times \frac{zx}{3y - z}$

$$\frac{(2)^2 - (1)^2}{(2)^2 + (1)^2} \times \frac{2(3)}{3(2) - 1}$$

$$= \frac{4-1}{4+1} \times \frac{6}{6-1}$$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{6}{5}$$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{6^2}{5} = 2$$

Ans.: = 2

(ii) پہلے n قدرتی اعداد کا مجموعہ معلوم کرنے کا فارمولا ہے

$$s = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \quad (i)$$

پہلے 100 قدرتی اعداد کا مجموعہ $n=100$

$$s = \frac{100(100+1)}{2} \quad \text{اس لئے}$$

$$S = 50(101)$$

$$S = 5050 \quad \text{جواب:}$$

(ii) پہلے 149 قدرتی اعداد کا مجموعہ

$$n = 149$$

$$s = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$S = \frac{149(149+1)}{2}$$

$$S = \frac{149(150)}{2}$$

$$S = 11175 \quad \text{جواب:}$$

(iii) قدرتی اعداد 101 تا 149 تک مجموعہ

$$149 \text{ تا } 1 \text{ تک کا مجموعہ}$$

$$s = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$S = \frac{149(149+1)}{2}$$

$$S = \frac{149(150)}{2}$$

$$S = 11175$$

قدرتی اعداد 101 تا 149 تک کا مجموعہ

$$n = 100$$

$$s = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$S = \frac{100(100+1)}{2}$$

$$s = 50(101)$$

$$s = 5050$$

149 تک کا مجموعہ

$$= 11175 - 5050$$

$$= 6125$$

$$= 6125 \text{ : جواب}$$

بند سلنڈر کی سطح کا رقبہ

$$A = 2n(y+n)$$

$$y = 30\text{cm}$$

$$h = 80\text{cm}$$

$$A = 2 \times \frac{22}{7} (80 + 30)$$

$$A = 2 \times \frac{22}{7} \times 110$$

$$A = \frac{44 \times 110}{7} = \frac{4840}{7}$$

$$A = 691.43\text{cm}^2$$

7.3 4 درجہ تک کی کثیر رقموں کو جمع اور تفریق

(Adding and Subtracting Polynomials of degrees upto 4)

ہم دو درجہ تک کی کثیر رقموں کی جمع اور تفریق سیکھ چکے ہیں۔ اب ہم 4 درجہ تک کی کثیر رقموں کی جمع اور تفریق کے متعلق پڑھیں گے۔

مشق 7.3

حل کیجئے۔

-1

- (i) $(9x^2 - 5xy + 3xy^2 + y^3) + (-11x^2 + 7xy - 8xy^2 - 5y^3)$
(ii) $(\frac{1}{7}x + \frac{3}{7}x^2 - 1) + (\frac{1}{6}x^3 + \frac{4}{7}x^2 - \frac{2}{7}x + \frac{8}{7})$
(iii) $(y^3 - y^2 - 5) - (6y - y^2 + 9 + 5y^3) + (2y^3 - 7y - 4)$
(iv) $4x^4 - \{3x^2 + (2x - 3) - 5x^2 - 9(3x^4 + 5x)\}$
(v) $6x^2 \{4x^3 (x^2 - 2) - \overline{6x - 3}\}$
(vi) $4x^4 - 3x^3 + [(2x - 1) - \{3x^4 + 5x - 2\} + 2]$

-2 $x^4 + x^3 + x - 4$ میں سے $x^2 - x - 7$ کو تفریق کیجئے

$$x^4 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{7}{2} \text{ میں سے } \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x^2 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{4}x^4$$

-3 x^4 کو 1 میں سے تفریق کیجئے اور حاصل تفریق $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 6x + 1$ میں سے تفریق کریں۔-4 $7x^4 + 6$ کو $12x^2 + 4$ اور $3ax - 6x^2 + 12x^2 + ax$ کے مجموعہ میں سے تفریق کیجئے۔

(I) $(9x^2 - 5xy + 3xy^2 + y^3) + (-11x^2 + 7xy - 8xy^2 - 5y^3)$

$$\begin{array}{r} 9x^2 - 5xy + 3xy^2 \\ -11x^2 + 7xy - 8xy^2 - 5y^3 \\ \hline -2x^2 + 2xy + 5xy^2 - 4y^3 \end{array}$$

جواب:- $-2x^2 + 2xy + 5xy^2 - 4y^3$

(ii) $(\frac{1}{7}x + \frac{3}{7}x^2 - 1) + (\frac{1}{6}x^3 + \frac{4}{7}x^2 - \frac{2}{7}x + \frac{8}{7})$

$$(\frac{1}{7}x + \frac{3}{7}x^2 - 1) + (\frac{1}{6}x^3 + \frac{4}{7}x^2 - \frac{2}{7}x + \frac{8}{7})$$

$$\frac{1}{7}x^4 + \frac{3}{7}x^3 + \frac{4}{7}x^2 - \frac{2}{7}x - 1 + \frac{8}{7} + \frac{1}{6}x^3$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{7}x^4 + \frac{3x+4x}{7} - \frac{2}{7}x - 1 \frac{7+8}{7} + \frac{1}{6}x^3 \\
 &= \frac{1}{7}x^4 + \frac{7x^2}{7} + \frac{2}{7}x - 1 \frac{1}{7} + \frac{1}{6}x^3 \\
 &= \frac{1}{7}x^4 + x^2 - \frac{2x}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{6}x^3
 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{7}x^4 + \frac{1}{6}x^3 + x^2 - \frac{2x}{7} + \frac{1}{7} \quad \text{جواب:}$$

$$(y^3 - y^2 - 5) - (6y - y^2 + 9 + 5y^3) + (2y^3 - 7y - 4) \quad \text{(iii)}$$

$$\text{Sol.: } (y^3 - y^2 - 5) - (6y - y^2 + 9 + 5y^3) + (2y^3 - 7y - 4)$$

$$y^3 - y^2 - 5 - 6y + y^2 - 9 - 5y^3 + 2y^3 - 7y - 4$$

$$y^3 - 5y^3 + 2y^3 - y^2 + y^2 - 6y - 7y - 5 - 9 - 4$$

$$-2y^3 - 13y - 18 \quad \text{جواب:}$$

$$4x^4 \{ 3x^2 + (2x-3) - 5x^2 - 9(3x^2+5x) \} \quad \text{(iv)}$$

$$\text{Sol.: } 4x^4 \{ 3x^2 + (2x-3) - 5x^2 - 9(3x^2+5x) \}$$

$$4x^4 \{ 3x^2 + 2x - 3 - 5x^2 - 27x^2 - 45x \}$$

$$4x^4 \{ 3x^2 - 5x^2 - 27x^2 + 2 - 45x - 3 \}$$

$$4x^4 \{ 29x^2 + 43x - 3 \}$$

$$4x^4 + 29x^2 + 43x - 3$$

$$4x^4 + 29x^2 + 43x - 3 \quad \text{جواب:}$$

$$6-x^2-\{4x^3(x^2-2)-6x-3\} \quad (v)$$

$$\text{Sol.: } 6-x^2-\{4x^3(x^2-2)-6x-3\}$$

$$6-x^2-\{4x^3x^2+6-6x-3\}$$

$$6-x^2-\{-3x^5+4x-6x+6+3\}$$

$$6-x^2-\{3x^5-2x+9\}$$

$$2-x^2+2x-3$$

$$2-x^2+2x-3 \quad \text{جواب :-}$$

$$4x^4-3x^3+[(2x-1)-\{3x^4+5x-2\}+2] \quad (vi)$$

$$\text{Sol.: } 4x^4-3x^3+[(2x-1)-\{3x^4+5x-2\}+2]$$

$$4x^4-3x^3+[2x-1-3x^4-5x+2x+2]$$

$$=4x^4-3x^3+2x-1-3x^4-5x+2x+2$$

$$=4x^4-3x^3-3x^2+2x-5x+2x+2-1$$

$$=4x^4-3x^3-3x^2-x+1$$

$$=4x^4-3x^3-3x^2-x+1 \quad \text{جواب :-}$$

$$(i) \quad -2 \quad x^3+x^2+x-4 \quad \text{میں سے } 7-x-x^2 \text{ کو تفریق کیجئے}$$

$$x^3+x^2+x-4$$

$$\underline{+x^2+x+4}$$

$$x^3+2x^2+2x-1$$

$$\text{Ans.: } x^3+2x^2+2x-11$$

(ii)

$$x^4+\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{3}x\frac{7}{2} \text{ میں سے } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}x+\frac{1}{4}x^2-\frac{2}{3}x^3+\frac{3}{4}x^4$$

تفریق کیجئے

$$\frac{1}{2} \frac{1}{3} x + \frac{1}{4} x^2 - \frac{2}{3} x^3 + \frac{3}{4} x^4 = x^4 + \frac{1}{3} x^3 + \frac{3}{4} x^2 + \frac{1}{3} x \frac{7}{2}$$

$$\frac{1}{2} \frac{1}{3} x + \frac{1}{4} x^2 - \frac{2}{3} x^3 + \frac{3}{4} x^4 = x^4 + \frac{1}{3} x^3 + \frac{3}{4} x^2 + \frac{1}{3} x \frac{7}{2}$$

$$\frac{1}{2} x \frac{7}{2} - \frac{1}{3} x - \frac{1}{4} x^2 - \frac{3}{4} x^2 - \frac{2}{3} x^3 - \frac{1}{3} x^4 + \frac{3}{4} x^4$$

$$= \frac{1+7}{2} \frac{x-x}{3} + \frac{-x-3x^2}{4} + \frac{-2x^3-1x^3}{4} + \frac{3x^4-4x^4}{3}$$

$$= \frac{8}{2} + \frac{2x^2-4x^3}{4} - \frac{3x^3}{4} - \frac{x^4}{3}$$

$$= 4 - \frac{2x}{3} - x - \frac{x^3}{4}$$

$$= 4 - \frac{2x}{3} - x - \frac{x^3}{4} \quad \text{جواب :-}$$

3۔ x^4 کو 1 میں سے تفریق کیجئے اور حاصل تفریق $x^4+4x^3+6x^2+6x+1$ میں سے تفریق کریں۔

$$\frac{1-x^4}{1+x^2}$$

$$(x^4+4x^3+6x^2+6x+1)(1+x^2)$$

$$= x^4+4x^3+6x^2+6x+1-1+x^4$$

$$= x^4+4x^3+6x^2+6x+1-1$$

$$= x^4+4x^3+6x^2+6x$$

$$= x^4+4x^3+6x^2+6x \quad \text{جواب :-}$$

4۔ $7x^2+6$ کو $3ax+12x+4$ اور $12x^2+ax-6x^2$ کے مجموعہ میں سے تفریق کیجئے۔

$$(12x^2+ax-6x^2)+(3ax-12x+4)-(7x^2+6)$$

$$= 12x^2+ax-6x^2+(3ax-12x+4)-(7x^2+6)$$

$$= 7x^2+12x^2-6x^2+ax+3ax-12x+4+6$$

$$= 7x^2+6x^2+4ax-12x-2$$

$$= 7x^2+6x^2+4ax-12x-2 \quad \text{جواب :-}$$

7.4 درجہ تک کی کثیر رقموں کی ضرب

(Multiplying two Polynomials of degrees up to 4)

دو کثیر رقموں کی ضرب کرتے وقت ایک کثیر رقمی کو ایک ہی رقم تصور کرتے ہوئے دوسری سے

ضرب دیتے ہیں۔

مشق 7.4

مقرر کیجئے۔

1. $(x+2y)(x^2-3y)$
2. $(4x^2-y)(5x+2y)$
3. $(x+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$
4. $(34x+x^2)(5x^2+x-2)$
5. $(x^2+4x^2-5x+1)(2x^2+x-1)$
6. $(ax^2+bx^2+cx+d)(px+q)$
7. $(4x^2-5x^2y+7xy^2-8y^3)(3x-5y)$
8. $(7x^2-x+11)(2x^2-9)$
9. $(5x^4+3x^2y^2-7xy+y^3)(5x-7y)$
10. $(a^2x^2+by^2+cz^2)(ax+by+cz)$
11. $(x^3+2x-5)(5x^2-2x^2+7x+4)$
12. $(5x^3-4x^2-3x+1)(-x^2-x-1)$
13. $(3x^2+x^2-x+2)(5x^2+3x^2-2x-3)$
14. $(x^4+x^2y+y^2)(x^2+x^2y+y^2)$

$$\begin{array}{r}
 \text{(i)} \quad (x+2y)(x^2-3y) \\
 \quad \quad x+2y \\
 \quad \quad \underline{x^2-3y} \\
 \quad \quad x^2+2x^2y \\
 \quad \quad \underline{-3xy^2-6y^2} \\
 \quad \quad x^2+2x^2-3xy^2-6y^2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{(ii)} \quad (4x^2-y)(5x+2y) \\
 \quad \quad 4x^2-y \\
 \quad \quad \underline{5x+2y} \\
 \quad \quad 20x^2-5xy^2 \\
 \quad \quad \underline{+8x^2y^2-2y^3} \\
 \quad \quad 20x^2-5xy^2+8x^2y^2-2y^3 \\
 \quad \quad \quad \quad 20x^2-5xy^2+8x^2y^2-2y^3
 \end{array}$$

(iii) $(x+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$

Sol.: $(x+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$

$$\begin{array}{r} x^2+xy+y^2 \\ \times x^2-xy+y^2 \\ \hline x^4+x^3y+x^2y^2 \\ -x^3y-x^2y^2 \\ \hline x^4+x^3y^2+x^2y^3+y^4 \\ x^4+x^3y^2+y^4 \end{array}$$

Ans.: $x^4+x^3y^2+y^4$

(iv) $(34x+x^2)(5x^2+x-2)$

Sol.: $(34x+x^2)(5x^2+x-2)$

$$\begin{array}{r} 5x^2+x-2 \\ \times 3x+x^2 \\ \hline 5x^3+x^3-2x^2 \\ 170x^3+34x^2-68x \\ 5x^4+171x^3+32x^2-68x \end{array}$$

Ans.: $5x^4+171x^3+32x^2-68x$

(v) $(x^3+4x^2-5x+1)(2x^2+x-1)$

Sol.: $(x^3+4x^2-5x+1)(2x^2+x-1)$

$$\begin{array}{r} x^3+4x^2-5x+1 \\ \times 2x^2+x-1 \\ \hline 2x^5+8x^4-10x^3+2x^2 \\ x^4+4x^3-5x^2+x \\ -x^3-4x^2+5x-1 \\ \hline 2x^5+9x^4-7x^3-7x^2+6x-1 \end{array}$$

Ans.: $2x^5+9x^4-7x^3-7x^2+6x-1$

(vi) $(ax^2 + bx^2 + cx + d)(px + q)$

Sol.: $(ax^2 + bx^2 + cx + d)(px + q)$

$$ax^2 + bx^2 + cx + d$$

$$px + q$$

$$apx^3 + pbx^3 + cpx^2 + dpx$$

$$-aqx^2 - bqx^2 - cqx - dq$$

$$apx^3 + pbx^3 + cpx^2 + dpx - bqx^2 - cqx - dq$$

Ans.: $apx^3 + pbx^3 + cpx^2 + dpx - bqx^2 - cqx - dq$

(vii) $(4x^2 - 5x^2y + 7xy^2 - 8y^3)(3x - 5y)$

Sol.: $(4x^2 - 5x^2y + 7xy^2 - 8y^3)(3x - 5y)$

$$4x^2 - 5x^2y + 7xy^2 - 8y^3$$

$$3x - 5y$$

$$12x^3 - 15x^2y + 21x^2y^2 - 24xy^3$$

$$-20x^2y + 25x^2y^2 - 35xy^3 + 40y^4$$

$$12x^3 - 35x^2y + 46x^2y^2 - 59xy^3 + 40y^4$$

Ans.: $12x^3 - 35x^2y + 46x^2y^2 - 59xy^3 + 40y^4$

(viii) $(7x^2 - x + 11)(2x^2 - 9)$

Sol.: $(7x^2 - x + 11)(2x^2 - 9)$

$$7x^2 - x + 11$$

$$2x^2 - 9$$

$$14x^4 - 2x^3 + 22x^2$$

$$-63x$$

$$+9x - 99$$

$$14x^4 - 65x^3 + 22x^2 + 9x - 99$$

Ans.: $14x^4 - 65x^3 + 22x^2 + 9x - 99$

(ix) $(5x^4 + 3x^2y^2 - 7xy + y^4)(5x - 7y)$

Sol.: $(5x^4 + 3x^2y^2 - 7xy + y^4)(5x - 7y)$

$$5x^4 + 3x^2y^2 - 7xy + y^4$$

$$5x + 7y$$

$$25x^5 + 15x^3y^2 - 35x^2y + 5xy^4$$

$$-3x^4 - 12x^2y^2 + 49xy^3 - 7y^5$$

$$25x^5 + 15x^3y^2 - 35x^2y + 5xy^4 - 3x^4 - 12x^2y^2 + 49xy^3 - 7y^5$$

Ans.: $25x^5 + 15x^3y^2 - 35x^2y + 5xy^4 - 3x^4 - 12x^2y^2 + 49xy^3 - 7y^5$

(x) $(a^2x^2 + by^2 + cz^2)(ax + by + cz)$

Sol.: $(a^2x^2 + by^2 + cz^2)(ax + by + cz)$

$$a^2x^2 + by^2 + cz^2$$

$$ax + by + cz$$

$$a^3x^3 + a^2bx^2y + a^2cx^2z + ab^2xy^2 + a^2b^2x^2y^2 + a^2bc^2xy^2z + a^2c^2xz^3 + ab^2y^3 + abc^2yz^2 + b^3y^3 + b^2cy^2z + bc^3yz^2 + c^3z^3$$

$$a^3x^3 + a^2bx^2y + a^2cx^2z + ab^2xy^2 + a^2b^2x^2y^2 + a^2bc^2xy^2z + a^2c^2xz^3 + ab^2y^3 + abc^2yz^2 + b^3y^3 + b^2cy^2z + bc^3yz^2 + c^3z^3$$

$$a^3x^3 + a^2bx^2y + a^2cx^2z + ab^2xy^2 + a^2b^2x^2y^2 + a^2bc^2xy^2z + a^2c^2xz^3 + ab^2y^3 + abc^2yz^2 + b^3y^3 + b^2cy^2z + bc^3yz^2 + c^3z^3$$

$$a^3x^3 + a^2bx^2y + a^2cx^2z + ab^2xy^2 + a^2b^2x^2y^2 + a^2bc^2xy^2z + a^2c^2xz^3 + ab^2y^3 + abc^2yz^2 + b^3y^3 + b^2cy^2z + bc^3yz^2 + c^3z^3$$

Ans.: $a^3x^3 + a^2bx^2y + a^2cx^2z + ab^2xy^2 + a^2b^2x^2y^2 + a^2bc^2xy^2z + a^2c^2xz^3 + ab^2y^3 + abc^2yz^2 + b^3y^3 + b^2cy^2z + bc^3yz^2 + c^3z^3$

(xi) $(x^3 + 2x - 5)(5x^3 - 2x^2 + 7x + 4)$

Sol.: $(x^3 + 2x - 5)(5x^3 - 2x^2 + 7x + 4)$

$$5x^3 - 2x^2 + 7x + 4$$

$$x^3 + 2x - 5$$

$$5x^6 - 2x^5 + 7x^4 + 4x^3$$

$$10x^4 - 4x^3 + 14x^2 + 8x$$

$$-25x^3 + 10x^2 - 35x - 20$$

$$5x^6 - 2x^5 + 17x^4 - 25x^3 + 24x^2 - 27x - 20$$

Ans.: $5x^6 - 2x^5 + 17x^4 - 25x^3 + 24x^2 - 27x - 20$

(xii) $(5x^3 - 4x^2 - 3x + 1)(-x^2 - x^2 - 1)$

Sol.: $(5x^3 - 4x^2 - 3x + 1)(-x^2 - x^2 - 1)$

$$5x^3 - 4x^2 - 3x + 1$$

$$\times \quad -x^2 + 3x - 1$$

$$\hline -5x^5 + 4x^4 + 3x^3 - x^2$$

$$15x^4 + 12x^3 - 9x^2 + 3x$$

$$\times \quad -5x^3 + 4x^2 + 3x - 1$$

$$\hline -5x^6 + 19x^5 - 9x^4 - 15x^3 + 7x^2 + 3x - 1$$

Ans.: $-5x^6 + 19x^5 - 9x^4 - 15x^3 + 7x^2 + 3x - 1$

(xiii) $(3x^2 + x^2 - x + 2)(5x^3 + 3x^2 - 2x - 3)$

Sol.: $(3x^2 + x^2 - x + 2)(5x^3 + 3x^2 - 2x - 3)$

$$3x^2 + x^2 - x + 2$$

$$\times \quad 5x^3 + 3x^2 - 2x - 3$$

$$\hline 16x^5 + 5x^4 - 5x^3 + 10x^2$$

$$9x^6 + 3x^5 - 3x^4 + 6x^3$$

$$-6x^5 - 2x^4 + 2x^3 - 4x^2$$

$$9x^4 - 3x^3 + 3x - 6$$

$$24x^6 - x^5 - 11x^4 + 5x^3 + 5x^2 - x - 6$$

Ans.: $24x^6 - x^5 - 11x^4 + 5x^3 + 5x^2 - x - 6$

(Xiv) $(x^2 + x^2y + y)(x + x^2y + y)$

Sol.: $(x^2 + x^2y + y)(x + x^2y + y)$

$$x^2 + x^2y + y$$

$$\times \quad x + x^2y + y$$

$$\hline x^3 + x^4y + x^2y^2$$

$$-x^4y + x^5y^2 - x^3y^2$$

$$+x^3y^2 - x^2y^2 + y^3$$

Ans.: $x^3 + x^4y + y^3$

$$x^3 + x^4y + y^3$$

7.5 4 درجہ تک کی کثیر رقمیوں کو 2 درجہ تک کی کثیر رقمیوں پر تقسیم کرنا۔

(Dividing Polynomials (of degrees upto 4) by
Polynomials (of degrees upto 2)

4 درجہ کثیر رقمی کی ایک درجہ یا دو درجہ کثیر رقمی پر تقسیم کی جاتی ہے جیسا کہ ہم ساتویں جماعت میں 3 درجہ کثیر رقمی کو یک درجہ کثیر رقمی پر تقسیم کرنا سیکھ چکے ہیں۔
آئیے اس کا اعادہ کریں۔

مشق 7.5

پہلے جملے کو دوسرے جملے پر تقسیم کیجئے

1. $(5x^2 - 2x^2 + x^2 - 24) \div (x - 3)$
2. $(3x^2 + x^2 - 2 + x^2) \div (3x - 2)$
3. $(6x^2 + 7x^2 + 5x + 2) \div (3x + 2)$
4. $(10x^2 - x^2 - 17 - 4) \div (5x + 2)$
5. $(12x^2 - 28x^2 + 13x - 3) \div (2x + 3)$
6. $(3x^4 + 13x^2 + 5) \div (3x + 1)$
7. $(3x^4 - 2x^2 + 3x + 6) \div (x - 1)$
8. $(x^4 - 1 + x) \div (x - 1)$
9. $(6x^4 + 5x^3 + 2x^2 - x + 2) \div (3x^2 - 2x + 1)$
10. $(68x^4 + 14y^3 + 23x^2y^3 - 14xy^3 + 15y^4) \div (2x^2 - 3xy - 5y^2)$

1. $(5x^2 - 2x^2 + x^2 - 24) \div (x - 3)$

Sol: $(5x^2 - 2x^2 + x^2 - 24) \div (x - 3)$

$$\begin{array}{r}
 x^2+x+8 \\
 \hline
 5x-2 \quad x+x-24 \\
 \hline
 \neq \neq 3x \\
 \hline
 \neq 5x-24 \\
 \hline
 \pm \neq 3x \\
 \hline
 8x-24 \\
 \hline
 8x-24
 \end{array}$$

Ans: x^2+x+8

2. $(3x^2+x-2+x^2) \div (3x-2)$

Sol: $(3x^2+x-2+x^2) \div (3x-2)$

$$\begin{array}{r}
 x^2+x+1 \\
 \hline
 3x^2+x-2 \quad x^2 \\
 \hline
 \pm 3x^2-2x \\
 \hline
 3x^2+x-2 \\
 \hline
 \pm 3x^2-2x \\
 \hline
 3x-2 \\
 \hline
 \pm 3x-2
 \end{array}$$

Ans: x^2+x+1

3. $(6x^2+7x^2+5x+2) \div (3x+2)$

Sol: $(6x^2+7x^2+5x+2) \div (3x+2)$

$$\begin{array}{r}
 2x^2+x+1 \\
 3x+2 \overline{) 6x^2+7x+5x+2} \\
 \underline{+6x^2} = 4x \\
 3x^2+5x+2 \\
 \underline{+3x^2+2x} \\
 3x+2 \\
 \underline{+3x+2}
 \end{array}$$

Ans.: $2x^2+x+1$

4. $(10x^3-x^2-17x-4) \div (5x+2)$

Sol: $(10x^3-x^2-17x-4) \div (5x+2)$

$$\begin{array}{r}
 2x^2-x-2 \\
 5x+2 \overline{) 10x^3-x^2-17x-4} \\
 \underline{+10x^3+4x^2} \\
 5x^2-17x-4 \\
 \underline{+5x^2+2x} \\
 -15x-4 \\
 \underline{+16x+4}
 \end{array}$$

Ans.: $2x^2-x-2$

5. $(12x^3-28x^2+13x-3) \div (2x+3)$

Sol: $(12x^3-28x^2+13x-3) \div (2x+3)$

$$\begin{array}{r}
 6x^2+5x-1 \\
 2x+3 \overline{) 12x^3-28x^2+13x-3} \\
 \underline{+12x^3+18x^2} \\
 10x^2+13x-3 \\
 \underline{+10x^2+15x} \\
 -2x-3 \\
 \underline{+2x+3} \\
 -x
 \end{array}$$

Ans.: $6x^2+5x-1$

6. $(3x^4 + 13x^2 + 5) \div (3x + 1)$

Sol: $(3x^4 + 13x^2 + 5) \div (3x + 1)$

$$\begin{array}{r}
 3x+1 \overline{) \begin{array}{r} x^2+4 \\ 3x^4+13x^2+5 \\ \underline{+3x^3+x} \\ 12x^2+4 \\ \underline{+12x^2+4} \end{array}}
 \end{array}$$

Ans: $x^2 + 4$

7. $(3x^4 - 2x^2 + 3x + 6) \div (x - 1)$

Sol: $(3x^4 - 2x^2 + 3x + 6) \div (x - 1)$

$$\begin{array}{r}
 x-1 \overline{) \begin{array}{r} 2x-2 \\ 3x^4-2x^2+3x+6 \\ \underline{+2x^3+2x} \\ -2x^2+5x+6 \\ \underline{+2x^2+2} \\ 5x+4 \end{array}}
 \end{array}$$

$5x + 4$

Ans: $2x - 2$

8. $(x^4 - 1 + x) \div (x - 1)$

Sol: $(x^4 - 1 + x) \div (x - 1)$

$$\begin{array}{r}
 x-1 \overline{) \begin{array}{r} x^3+x^2+x+2 \\ x^4-1+x \\ \underline{+x^3+x} \\ x^3+x-1 \\ \underline{+x^3+x} \\ x^3+x-1 \\ \underline{+x^3+x} \\ 2x-1 \\ \underline{+2x+2} \end{array}}
 \end{array}$$

Ans: $x^3 + x^2 + x + 2$

9. $(6x^4 + 5x^3 + 2x^2 - x + 2) \div (3x^2 - 2x + 1)$

Sol: $(6x^4 + 5x^3 + 2x^2 - x + 2) \div (3x^2 - 2x + 1)$

	$2x^2 - 3x + 2$	
	$6x^4 + 5x^3 + 2x^2 - x + 2$ $\pm 6x^4 + 4x^3 + 2x^2$	
$3x - 2x + 1$	$9x^3 - x + 2$ $\pm 9x^3 \pm 3x \pm 6x$	
	$6x^2 - 4x + 2$ $\pm 6x^2 \pm 4x \pm 2$	

Ans.: $2x^2 - 3x + 2$

10. $(68x^4 + 14y^3 + 23x^2y^2 - 14xy^3 + 15y^4) \div (2x^2 - 3xy - 5y^2)$

Sol: $(68x^4 + 14y^3 + 23x^2y^2 - 14xy^3 + 15y^4) \div (2x^2 - 3xy - 5y^2)$

	$4x^2 - xy - 3y^2$	
	$8x^4 + 14y^3 + 23x^2y^2 - 14xy^3 + 15y^4$ $\pm 8x^4 \pm 12x^3 \pm 20x^2y^2$	
$2x^2 - 3xy - 5y^2$	$2xy^3 - 3x^2y^2 - 14xy^3 + 15y^4$ $\pm 2x^2y \pm 3x^2y^2 \pm 5xy^3$	
	$6x^2y - 9xy^3 + 15y^4$ $\pm 6x^2y \pm 9xy^3 \pm 15y^4$	

Ans.: $4x^2 - xy - 3y^2$

7.6 فارمولے اخذ کرنا (Establishing Formulae)

فارمولے الجبرے میں انتہائی اہم کردار ادا کرتے ہیں ان کی مدد سے ضرب کا عمل کیے بغیر نتائج لکھے جاسکتے ہیں۔ جو فارمولے ہم اخذ کریں گے ان میں ضرب کا عمل ہوگا۔
آئیے ہم چند فارمولے اخذ کرتے ہیں۔

$$(a) \text{ فارمولا 1: } (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

جیومیٹری (Geometry)

یونٹ VIII

اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے۔

مسئلہ فیثاغورث کا بیان اس کا غیر رسمی ثبوت اور استعمال۔

مثلثی اور چوکوری علاقہ کا رقبہ معلوم کرنے کے لئے ہیروفا رمولہ کا بیان اور استعمال۔

بیلن کی سطح کا رقبہ اور بیلن کا حجم معلوم کرنا۔

مخروط کی سطح کا رقبہ اور مخروط کا حجم معلوم کرنا۔

روزمرہ زندگی سے بیلن اور مخروط کے رقبہ اور حجم کے متعلقہ عبارتی سوالات

حل تشکیل (Construction)

ایک قطعہ خط کو دیے گئے چند برابر حصوں میں تقسیم کرنا۔

ایک قطعہ خط کو دیے گئے چند نسبتی حصوں میں تقسیم کرنا۔

ایسی مثلث بنانا جس کا احاطہ اور اضلاع کی مقداروں میں نسبت دی گئی ہو۔

منسظم پنجس، مسدس اور مشمن کا تصور

منسظم پنجس، مسدس اور مشمن کی تشکیل

مربع اور معین کے وتروں کی تعریف

مربع اور معین کے وتروں کی خصوصیات۔

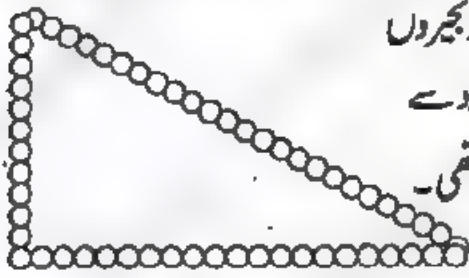
مربع اور معین کی تشکیل، جب کہ ان کے وتروں کی مقداریں دی گئی ہوں۔

مسئلہ فیثاغورث (Pythagorus Theorem)

مسئلہ فیثاغورث جیومیٹری میں بنیادی حیثیت کا حامل ہے۔ 2500 سال قبل ایک یونانی ریاضی

دان فیثاغورث نے دریافت کیا اس کی دریافت کا خیال اسے

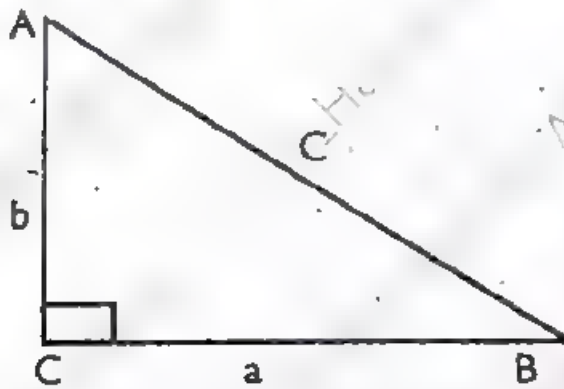
دریائے نیل کی چوڑائی کی پیمائش کے ایک خاص طریقے سے



آیا۔ مصری دیانے نیل کی چوڑائی کی پیمائش ایک زنجیروں سے بنی ہوئی خاص قسم کی قائمہ الزاویہ مثلث کی مدد سے کرتے تھے۔ جس کے اضلاع میں 3:4:5 ہوتی تھی۔

16

8.1 بیان مسئلہ فیثاغورث (Statement of Pythagoras Theorem)



کسی قائمہ الزاویہ مثلث ABC میں

اگر $m\angle C = 90^\circ$ کے قاعدہ، عمود اور وتر کی

مقداریں بالترتیب a, b, c اور c ہوں تو

$$c^2 = a^2 + b^2$$

(قاعدہ)² = (عمود)² + (وتر)²

زاویہ قائمہ کے سامنے والا ضلع وتر کہلاتا ہے۔ زاویہ قائمہ کے متعلق اضلاع میں سے ایک کو قاعدہ اور دوسرے کو عمود کہتے ہیں

یاد رکھئے۔

کیا آپ جانتے ہیں؟

اگر کسی مثلث کے اضلاع میں 3:4:5 ہو تو وہ قائمہ الزاویہ مثلث ہوتی ہے لیکن اس کا معکوس بیان ہمیشہ درست نہیں ہوتا۔

8.2 مسئلہ فیثاغورث کا غیر رسمی ثبوت (Informal Proof of Pythagoras Theorem)

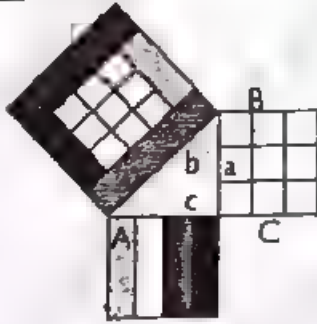
Theorem)

ہم اسے ایک سرگرمی کے ذریعے ثابت کریں گے۔

سرگرمی: سامان: گتہ، قینچی، رنگدار پینسلیں۔ پیمانہ

مدارج عمل:-

(i) ایک قائمہ الزاویہ مثلث ABC بنائیں جس میں



اور اس کے

اضلاع کی لمبائیاں بالترتیب a, b, c اور فرض کریں (وتر کی لمبائی c ہوگی)

(ii) مثلث کے تینوں اضلاع پر دی گئی شکل کے مطابق

c, b, a اضلاع کے مربع بنائے۔

(iii) چونکہ $a:b:c = 3:4:5$ کو $b, 3$ اور 4 اور c کو

5 برابر حصوں میں تقسیم کیجئے۔

(iv) دی گئی شکل کے مطابق مربعوں کو مستطیلی پیٹوں میں تقسیم کریں اور ان پیٹوں میں مختلف

رنگ بھر دیجئے۔

(v) اب قہقی نیچے اور احتیاط سے a اور b ضلع والے مربعوں کو کاٹ لیجئے۔

(vi) اب b ضلع والے مربع کی مستطیلی پٹیاں کاٹ لیجئے اور c ضلع والے مربع میں ضلع a

والا مربع اور یہ مستطیلی پٹیاں دی گئی شکل کے مطابق سیٹ کر لیں۔

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ

ضلع c والے مربع کا رقبہ ضلع a اور ضلع b والے مربعوں کے رقبوں کے مجموعہ کے برابر ہے۔

پس ثابت ہوا $a^2 + b^2 = c^2$

(قاعدہ) $4 + (عمود)^2 = (وتر)^2$

یاد رکھئے

ضلع a کے مربع کا رقبہ a^2 ہے ضلع b کے مربع کا رقبہ b^2 ہے
ضلع c کے مربع کا رقبہ c^2 ہے۔

8.3 مسئلہ فیثاغورث کا استعمال

(Application of Pythagoras Theorem)

کسی قائمہ الزاویہ مثلث کے کوئی سے دو اضلاع کی لمبائیاں دی گئی ہوں تو مسئلہ فیثاغورث کا

استعمال کرتے ہوئے ہم تیسرے ضلع کی لمبائی معلوم کر سکتے ہیں۔

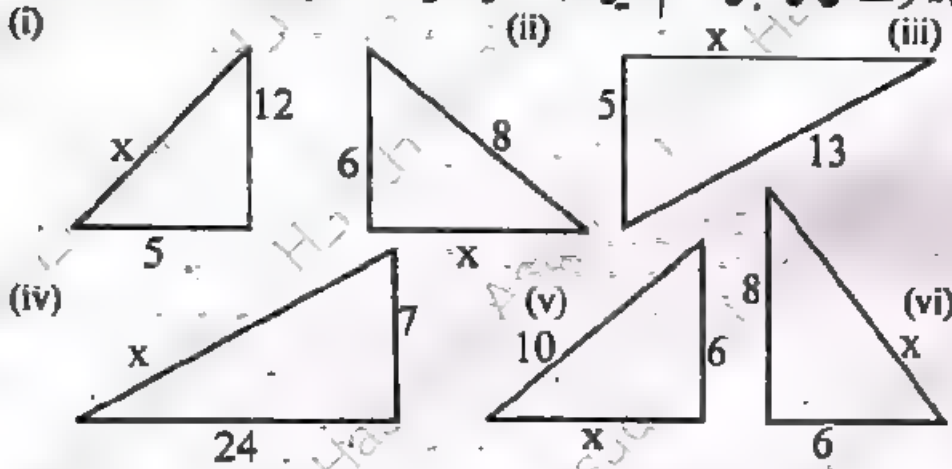
$$c^2 = a^2 + b^2 \quad \text{یعنی}$$

$$a^2 = c^2 - b^2 \quad \text{تو}$$

$$b^2 = c^2 - a^2 \quad \text{اور}$$

مشق 8.1

دی گئی قائمہ الزاویہ مثلثوں میں دو دواضلاع کی لمبائی (سم) میں دی گئی ہے۔ نیز ہر ایک میں تیسرے ضلع کی لمبائی معلوم کریں؟ (مثلثین سکیل کے مطابق نہیں بنائی گئیں)



2- ایک مساوی الساقین قائمہ الزاویہ مثلث میں وتر کی لمبائی $9\sqrt{2}$ سم ہے۔ برابر (متماثل) ضلعوں کی لمبائی معلوم کریں۔

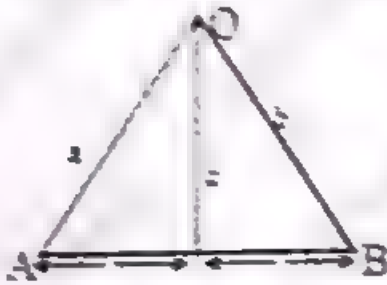
3- ایک میٹر لمبی سیزم دیوار کے ساتھ کھڑی کی گئی ہے۔ سیزم کا نچلا سرا دیوار سے 6 میٹر در زمین پر لگا ہوا ہے بتائیے کہ زمین سے اوپر کتنے فاصلہ پر سیزم کا اوپر والا سرا دیوار کو چھو رہا ہے؟

4- ایک مثلث ABC جس میں۔

$\angle C = 90^\circ$ ہے اور $m\angle A = 7.2^\circ$ ، $m\angle B = 2.1^\circ$ ہے AB کی لمبائی معلوم کریں۔

5- سامنے دی گئی شکل ثابت کریں۔

$$a^2 - x^2 = b^2 - y^2$$



- 6- ایک گھبکا سایا اس کے پاؤں سے 2.8 میٹر کی اونچائی تک جا رہا ہے۔ اگر سایے
 مرے کا گھبکا سر سے 10.5 میٹر ہوتا تو گھبکا لمبائی معلوم کریں۔
- 7- a, b, c کی مثلث کے اضلاع ہوں تو درج ذیل میں سے کوئی مثلث قائمہ
 الزاویہ نہیں ہے۔

- (i) $a=6, b=5, c=7$
 (ii) $a=8, b=9, c=14.5$
 (iii) $a=12, b=5, c=13$

$\angle C < \angle B < \angle A$
 زاویہ قائم ہو سکتا ہے۔

- 8- اگر کسی قائمہ الزاویہ مثلث ABC ہے C وتر ہو اور a, b اس کے دوسرے اضلاع
 ہوں تو مطلوبہ لمبائی معلوم کریں۔

- | | | |
|----------------------------------|------------------------------|-------|
| (i) $a=60\text{cm}$, | $c=61\text{cm}$, | $b=?$ |
| (ii) $a=\frac{5}{12}\text{cm}$, | $c=\frac{13}{12}\text{cm}$, | $b=?$ |
| (iii) $c=2.6\text{m}$, | $a=2.6\text{m}$, | $b=?$ |
| (iv) $b=10\text{m}$, | $a=2\sqrt{5}\text{m}$, | $c=?$ |
| (v) $b=5\text{m}$, | $a=5\sqrt{7}\text{m}$, | $c=?$ |
| (vi) $c=10\sqrt{2}\text{m}$, | $b=5\sqrt{3}\text{m}$, | $a=?$ |

- 9- ایک گھر کے سامنے کی دیوار ایک مستطیل الا قین
 مثلث کے مشابہ ہے، دیوار کے قائمہ الزاویہ کی لمبائی
 10 میٹر ہے۔ گھر کی اونچائی معلوم کریں۔

ہیروز فارمولا (Hero's Formula)

پچھلی جماعتوں میں ہم قائمہ الزاویہ مثلث کا رقبہ نکالنے کا طریقہ سیکھ چکے ہیں۔ مثلثی علاقوں کا رقبہ



یہ بھی

مجھے کہنے کی ہر قسم کی سزا ہے یہ ہر قسم کی سزا ہے

یہ سزا ہے یہ سزا ہے یہ سزا ہے یہ سزا ہے

یہ بھی

یہ بھی

یہ سزا ہے یہ سزا ہے یہ سزا ہے یہ سزا ہے

Statement of Herd's Formula

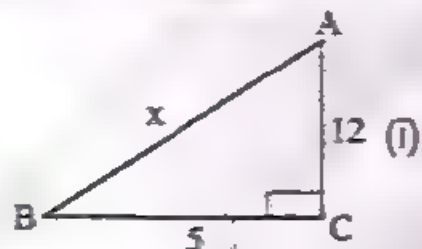
اگر a, b, c ایک مثلث ABC کے اضلاع کی لمبائیاں ہیں تو مثلث ABC کا رقبہ

ABC سے ظاہر کرتے ہوئے درج ذیل فارمولہ سے معلوم کیا جاسکتا ہے۔

$$S = \frac{1}{4} \sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a)}$$

(1) ایک مثلث کا رقبہ اور دو اضلاع کی لمبائیاں (سم) (سم) میں دی گئی ہیں۔ ہر

ایک میں تیسرے ضلع کی لمبائی معلوم کریں۔



مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$$(x)^2 = (12)^2 + (5)^2$$

$$(x)^2 = 144 + 25$$

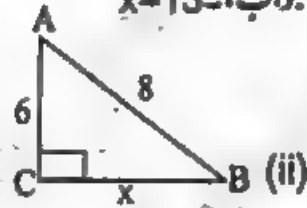
$$(x)^2 = 169$$

$$(x) = 13$$

طرفین کا جذر لینے سے $\sqrt{(x)^2} = \sqrt{169}$

$$x=13$$

جواب:- $x=13$



مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$$

$$(8)^2 = (6)^2 + (x)^2$$

$$64 = 36 + (x)^2$$

$$64 - 36 = (x)^2$$

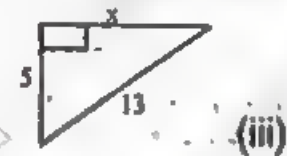
$$28 = x^2$$

طرفین کا جذر لینے سے $\sqrt{x^2} = \sqrt{28}$

$$x = \sqrt{4 \times 7}$$

$$x = 2\sqrt{7}$$

جواب:- $x = 2\sqrt{7}$



مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$$

$$(13)^2 = (5)^2 + (x)^2$$

$$169 = 25 + x^2$$

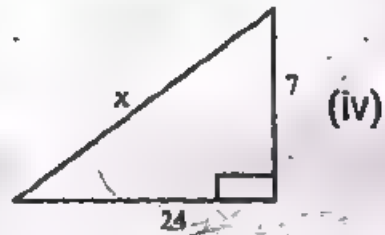
$$169 - 25 = x^2$$

$$144 = x^2$$

طرفین کا جذر لینے سے $\sqrt{144} = \sqrt{x^2}$

$$12 = x$$

جواب :- $x = 12$



مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$$(وتر)^2 = (عمود)^2 + (قاعدہ)^2$$

$$(x)^2 = (7)^2 + 24^2$$

$$(x)^2 = 49 + 576$$

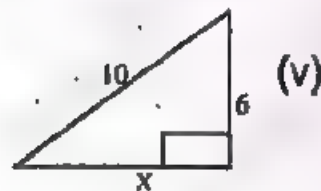
$$(x)^2 = 625$$

$$\sqrt{(x)^2} = \sqrt{625}$$

$$x = \sqrt{25 \times 25}$$

$$x = 25$$

جواب $x = 25$



مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$$(\text{قاعده})^2 + (\text{عمود})^2 = (\text{وتر})^2$$

$$(10)^2 = (6)^2 + (x)^2$$

$$100 - 36 = (x)^2$$

$$64 = (x)^2$$

$$\sqrt{64} = \sqrt{(x)^2}$$

$$\sqrt{8 \times 8} = x$$

$$8 = x$$

جواب $x=8$



(vi)

مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$$(\text{قاعده})^2 + (\text{عمود})^2 = (\text{وتر})^2$$

$$= (8)^2 + (6)^2$$

$$(\text{وتر})^2 = (8)^2 + (6)^2$$

$$(\text{وتر})^2 = 64 + 36$$

$$(\text{وتر})^2 = 100$$

$$\sqrt{(x)^2} = 100$$

$$x = 10$$

جواب: $x=10$

(2) ایک مساوی الساقین قائمہ الزاویہ مثلث میں وتر کی لمبائی 92 سم ہے۔ برابر متماثل ضلعوں کی لمبائی معلوم کریں۔



فرض کیا مساوی الساقین مثلث ہیں۔

ہر ضلع $x =$ سم ہے

مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$$(\text{قاعدہ})^2 + (\text{عمود})^2 = (\text{وتر})^2$$

$$(98)^2 = (x)^2 + (x)^2$$

$$9604 = (x)^2 + (x)^2$$

$$9604 = 2x^2$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{9604}{2} \text{ طرفین کو "2" پر تقسیم کیا}$$

$$x = 4802$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{2 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7}$$

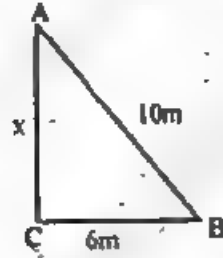
$$x = 7 \times 7 \times \sqrt{2}$$

$$x = 49\sqrt{2} \text{ cm}$$

متماثل ضلع میں ہر ایک $49\sqrt{2}$ سم

(3) ایک 10 میٹر لمبی سیزم دیوار کے ساتھ کھڑی کی گئی ہے۔ سیرنگی کا پتلا سرا دیوار سے

6 میٹر زمین پر لگا ہوا ہے بتائیے کہ زمین سے اوپر کتنے فاصلے پر سیزم کا اوپر والا سرا دیوار کو چھو گا۔

 ΔABC \overline{AC} = دیوار کی بلندی \overline{BC} = سیزمی کے نچلے سرے اور دیوار کا درمیانہ فاصلہ \overline{AB} = سیزمی کی لمبائی

مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$$(\overline{AB})^2 = (\overline{AC})^2 + (\overline{BC})^2$$

$$(10)^2 = (x)^2 + (6)^2$$

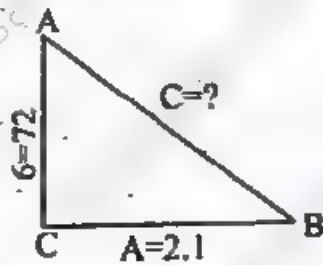
$$100 = (x)^2 + 36$$

$$(x)^2 = 100 - 36$$

$$(x)^2 = 64$$

$$\sqrt{(x)^2} = \sqrt{64}$$

$$x = 8m$$

(4) ایک مثلث ABC جس میں $m\angle C = 90^\circ$ اور $m\angle A = 72^\circ$, $m\angle C = 2.1^\circ$ ہے۔ \overline{AB} کی لمبائی معلوم کریں

مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$$C^2 = a^2 + b^2$$

$$(C)^2 = (2.1)^2 + (7.2)^2$$

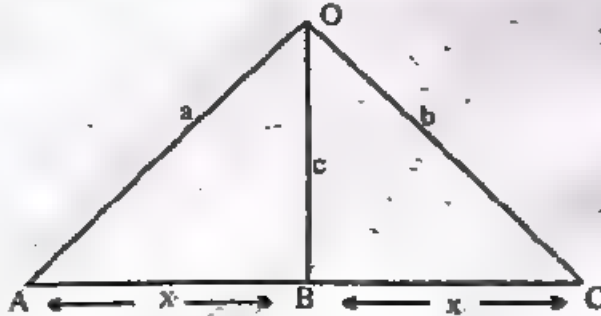
$$(C)^2 = 4.41 + 51.84$$

$$(C)^2 = 56.25$$

$$\sqrt{(C)} = \sqrt{56.25}$$

$$C = 7.5 \text{ cm} \text{ :- جواب}$$

(5) سامنے دی گئی شکل میں ثابت کریں کہ $-a - x = b - y$



میں ΔAOC

مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$$(وتر)^2 = (عمود)^2 + (قاعدہ)^2$$

$$(a)^2 = (c)^2 + (x)^2$$

$$a^2 = c^2 + x^2$$

$$a^2 - x^2 = c^2$$

$$c^2 = a^2 - x^2 \quad (i)$$

اب ΔBOC میں

مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$$

$$(b)^2 = (c)^2 + (y)^2$$

$$b^2 = c^2 + y^2$$

$$b^2 - y^2 = c^2$$

$$c^2 = b^2 - y^2 \rightarrow (ii)$$

مساوات (i) اور مساوات (ii) سے

$$a^2 - x^2 = b^2 - y^2$$

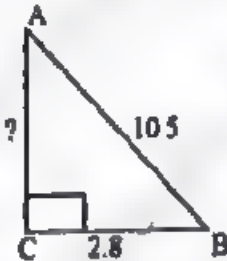
$$a^2 - x^2 = b^2 - y^2$$

$$a^2 - x^2 = b^2 - y^2$$

(6) ایک کھجے کا سایہ اس کے پاؤں سے 2.8 میٹر کی دوری تک جاتا ہے۔ اگر سائے کے سرے کا کھجے کے سرے سے فاصلہ 10.5 میٹر ہو تو کھجے کی لمبائی معلوم کریں

ΔABC میں کھجے کی اونچائی \overline{AC}

سایہ $\overline{BC} = 2.8m$



مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$$

$$(10.5)^2 = (AC)^2 + (2.8)^2$$

$$110.25 = (AC)^2 + 7.84$$

$$110.25 - 7.84 = (AC)^2$$

$$102.41 = (AC)^2$$

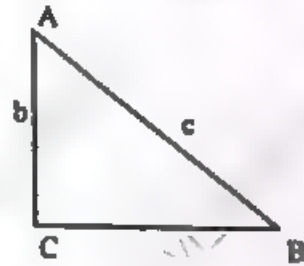
$$\sqrt{(AC)^2} = \sqrt{102.41}$$

$$AC = 10.12m$$

پس سمجھئے کہ لمبائی 10.12 میٹر ہے۔

(7) اگر c, b, a کسی مثلث کے ہوں تو درج ذیل میں سے کوئی مثلثیں قائمہ الزاویہ نہیں

ہیں۔



(i)

$$a=6 \quad b=5 \quad c=7$$

مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$$(c)^2 = (a)^2 + (b)^2$$

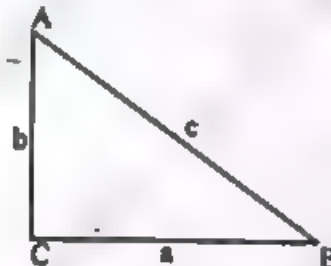
$$(7)^2 = (6)^2 + (5)^2$$

$$49 = 35 + 25$$

$$49 = 61$$

$$49 \neq 61$$

اس لئے یہ قائمہ الزاویہ مثلث کی مقداریں نہیں ہیں۔



(ii)

$$a = 8, b = 9, c = \sqrt{145}$$

مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$$(وتر)^2 = (عمود)^2 + (قاعدہ)^2$$

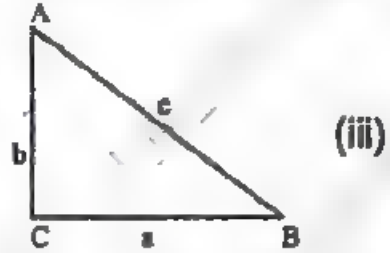
$$\sqrt{(145)}^2 = (9)^2 + (8)^2$$

$$145 = 81 + 64$$

$$145 = 145$$

قائمہ الزاویہ مثلث ہے۔

$$a=12, b=5, c=13$$



مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$(13)^2 = (12)^2 + (5)^2$$

$$169 = 144 + 25$$

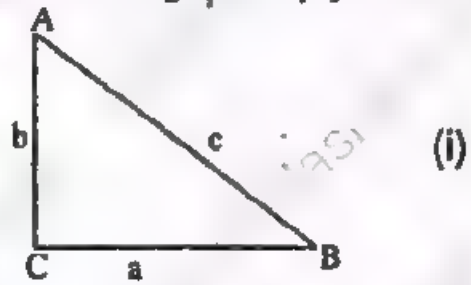
$$169 = 169$$

قائمہ الزاویہ مثلث کی مقداریں ہیں۔

(8) اگر کسی قائمہ الزاویہ مثلث ABC میں C وتر ہو اور a, b اس کے دوسرے اضلاع

ہوں تو مطلوبہ لمبائی معلوم کریں۔

$$a=60\text{cm}, c=61\text{cm}$$



$$b=?$$

مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$(61)^2 = (60)^2 + (b)^2$$

$$3721 = 3600 + b^2$$

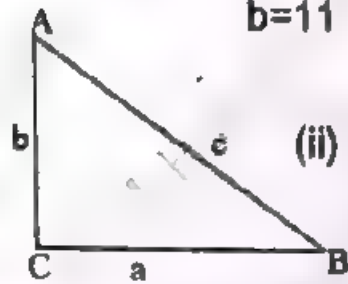
$$3721 - 3600 = b^2$$

$$121 = b^2$$

$$11 = b$$

$$b = 11$$

$$a = \frac{5}{12} \text{ cm}, b = ?, c = \frac{13}{12} \text{ cm}$$



مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\left(\frac{13}{12}\right)^2 = \left(\frac{5}{12}\right)^2 + b^2$$

$$\frac{148}{144} = \frac{25}{144} + b^2$$

$$\frac{148}{144} - \frac{25}{144} = b^2$$

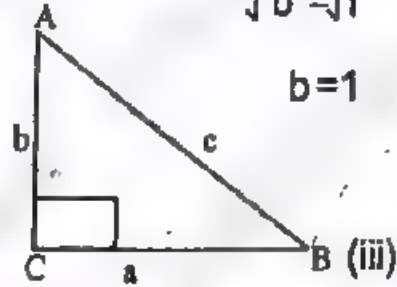
$$\frac{169}{144} - 25 = b$$

$$\frac{144}{144} = b$$

$$a = \sqrt{b}$$

$$\sqrt{b} = \sqrt{1}$$

$$b = 1$$



$$c = 2.6, a = 2.4m, b = ?$$

مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$(2.6)^2 = (2.4)^2 + b^2$$

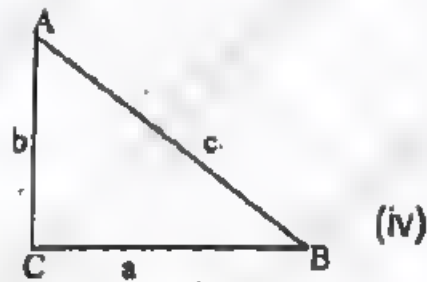
$$6.76 = 5.76 + b^2$$

$$6.76 - 5.76 = b^2$$

$$1 = b^2$$

$$\sqrt{b} = \sqrt{1}$$

$$b = 1$$



$$b = 10, a = 4\sqrt{5}, c = ?$$

مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$(c)^2 = (4\sqrt{5})^2 + (10)^2$$

$$c^2 = 16 \times 5 + 100$$

$$c^2 = 80 + 100$$

$$c^2 = 180$$

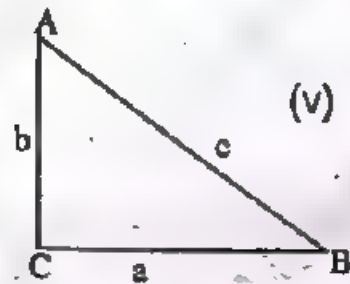
$$\sqrt{c} = \sqrt{180}$$

$$\sqrt{c} = \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5}$$

$$\sqrt{c} = 2 \times 3 \sqrt{5}$$

$$c = 6 \sqrt{5}$$

$$b = 5 \text{ dm}, a = 5\sqrt{7} \text{ dm}, c = ?$$



مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = (5\sqrt{7})^2 + (5)^2$$

$$c^2 = 25 \times 7 + 25$$

$$c^2 = 175 + 25$$

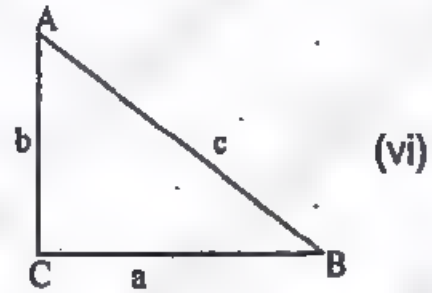
$$c^2 = 200$$

$$\sqrt{c^2} = \sqrt{200}$$

$$\sqrt{c^2} = 10 \times 10 \times 2$$

$$c = 10\sqrt{2}$$

$$c = 10\sqrt{2} \text{ dm}, b = 5\sqrt{3} \text{ dm}, a = ?$$



مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$(10\sqrt{2})^2 = a^2 + (5\sqrt{3})^2$$

$$200 \times 2 = a^2 + 25 \times 3$$

$$200 = a^2 + 75$$

$$200 - 75 = a^2$$

$$125 = a^2$$

$$\sqrt{125} = \sqrt{a^2}$$

$$5\sqrt{5} = a$$

$$a = 5\sqrt{5} \text{ dm}$$

مشق 8.2

- 1- ایک مثلث کے اضلاع کی مقدار 53m, 60m اور 111m ہیں اس مثلثی علاقے کا رقبہ معلوم کریں۔

- 2- مندرجہ ذیل اضلاع والی مثلثوں کا رقبہ معلوم کریں۔

(i) 13cm, 14cm, 15cm (ii) 5cm, 12cm, 13cm, (iii) 103cm, 115cm, 13cm

- 3- اگر مثلث ABC کے راسوں A, B, اور C کے متقابلہ اضلاع کی مقداریں بالترتیب a, b, اور c ہوں اور مثلث کا احاطہ 2s ہو تو نیچے دیئے گئے ہر سوال میں مطلوبہ مقداریں معلوم کیجئے۔

- (i) $a=5m, b=7m, s=9m, s=$ _____ $\Delta ABC =$ _____
(ii) $a=10m, b=8m, s=12m, c=$ _____ $\Delta ABC =$ _____
(iii) $a=3cm, s=8.5cm, s=8m, b=$ _____ $\Delta ABC =$ _____
(iv) $a=3.5dm, b=2.5dm, c=4.5dm, s=$ _____ $\Delta ABC =$ _____

- (1) ایک مثلث کے اضلاع کی مقداریں 53m, 60m اور 111m ہیں۔ اس مثلثی علاقے کا رقبہ معلوم کریں۔

مثلث کے اضلاع کی مقداریں۔

60m, 53, 11m

$$s = \frac{a+b+c}{2}$$

$$s = \frac{60+53+111}{2} = \frac{224}{2} = 112m$$

$$ABC = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$ABC = \sqrt{112(112-60)(112-53)(112-111)}$$

$$ABC = \sqrt{112(52)(59)(1)}$$

$$ABC = \sqrt{112 \times 52 \times 59}$$

$$ABC = \sqrt{343616}$$

$$ABC = 586.19m^2$$

(2) مندرجہ ذیل اضلاع والی مثلثوں کا رقبہ معلوم کیجئے۔

$$13cm, 14cm, 15cm \quad (i)$$

$$s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{13+14+15}{2}$$

$$s = \frac{42}{2} = 21$$

$$ABC = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$ABC = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)}$$

$$ABC = \sqrt{21(8)(7)(6)}$$

$$ABC = \sqrt{3 \times 7 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 2 \times 3}$$

$$ABC = 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

$$ABC = 4 \times 21$$

$$ABC = 84cm$$

5cm, 12cm, 13cm (ii)

$$s = \frac{a+b+c}{2}$$

$$s = \frac{5+12+13}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

$$ABC = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$ABC = \sqrt{15(15-5)(15-12)(15-13)}$$

$$ABC = \sqrt{15(10)(3)(2)}$$

$$ABC = \sqrt{3 \times 5 \times 3 \times 5 \times 3 \times 2}$$

$$ABC = 2 \times 3 \times 5 = 30 \text{cm}$$

103cm, 115cm, 13cm (iii)

$$s = \frac{a+b+c}{2}$$

$$s = \frac{103+115+13}{2} = \frac{231}{2} = 115.5$$

$$ABC = \sqrt{115.5(115.5-103)(115.5-115)(115.5-13)}$$

$$ABC = \sqrt{115.5(12.5)(0.5)(102.5)}$$

$$ABC = \sqrt{665929.6875}$$

$$ABC = \sqrt{816.65} \text{cm}$$

(3) اگر مثلث ABC کے راسوں A, B اور C کے مقابلہ اضلاع کی مقداریں بالترتیب

a, b اور c اور مثلث کا احاطہ $2s$ ہو تو نیچے دیے گئے ہر سوال میں مطلوبہ مقداریں معلوم کیجئے۔

$$a=5m, b=7m, c=?, s=9m \quad (i)$$

$$2s=a+b+c$$

$$2 \times 9 = 5 + 7 + c \text{ سے } a, b \text{ اور } s \text{ کی قیمتیں درج کرنے سے}$$

$$18 = 12 + c$$

$$18 - 12 = c$$

$$6 = c$$

$$2s = a + b + c$$

$$2s = 5 + 7 + 6$$

$$2s = 18$$

مثلث ABC کا احاطہ 18 میٹر

$$ABC = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$ABC = \sqrt{9(9-5)(9-7)(9-6)}$$

$$ABC = \sqrt{4(4)(2)(3)}$$

$$ABC = \sqrt{3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 3}$$

$$ABC = 2 \times 3 \times \sqrt{2 \times 3}$$

$$ABC = 6\sqrt{6}m$$

$$a=10m, b=8m, s=12m, c=? \quad (ii)$$

$$2s=a+b+c$$

$$2 \times 12 = 10 + 8 + c \text{ سے } a, b \text{ اور } c \text{ کی قیمتیں درج کرنے سے}$$

$$24 = 18 + c$$

$$24 - 18 = c$$

$$6 = c$$

$$ABC = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$ABC = \sqrt{12(12-10)(12-8)(12-6)}$$

$$ABC = \sqrt{12(2)(4)(6)}$$

$$ABC = \sqrt{(2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3)}$$

$$ABC = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$ABC = 24m^2 \text{ رقبہ}$$

$$2s=a+b+c$$

$$2s=10+8+6$$

$$2s=24m$$

$$\text{اعطیہ } 24 = \text{مٹر}$$

$$a=3cm, s=9.5cm, b=?, c=9cm \quad (iii)$$

$$2s=a+b+c$$

$$2 \times 9.5 = 3 + b + 9$$

$$19 = 12 + b$$

$$19 - 12 = b$$

$$7=b$$

$$b=7\text{cm}$$

$$ABC = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$ABC = \sqrt{9.5(9.5-3)(9.5-7)(9.5-9)}$$

$$ABC = \sqrt{9.5(6.5)(2.5)(0.5)}$$

$$ABC = \sqrt{77.1875}$$

$$ABC=8.79\text{m}$$

$$2s=a+b+c$$

$$2s=3+7+9$$

$$2s=19\text{m}$$

$$19=2s$$

$$a=3.5\text{dm}, b=2.5\text{dm}, c=4.5\text{dm}, s=? \quad (\text{iv})$$

$$S=\frac{a+b+c}{2}$$